Обзор робастных схем оценки параметров моделей на основе случайных выборок

Антон Конушин, Кирилл Мариничев, Владимир Вежневец
Лаборатория Компьютерной Графики и Мультимедиа, Факультет ВМК,
Московский Государственный Университет им. Ломоносова, Москва, Россия
{ktosh, kirmar, vvp}@graphics.cs.msu.ru

Аннотация

Робастные схемы оценки параметров модели являются мощным и широко используемым инструментом в области машинного зрения. Практически в каждой работе используется та или иная схема робастной оценки. За 23 года, прошедших с момента появления первой робастной схемы на основе случайных выборок, было предложено множество различных алгоритмов, развивающих тот или иной этап базовой схемы. В данной работе предлагается обзор существующих методов робастных схем оценки параметров. проводится сравнение эффективности части из них.

Keywords: *robust estimation, RANSAC, outliers, line fitting, maximum likelihood, MAP, homography estimation*

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из ключевых задач машинного зрения является сопоставление информации, содержащейся в изображении некоторой математической модели. Общую задачу оценки параметров модели по имеющимся данным можно записать следующим образом. Нужно определить вектор параметров θ, такой чтобы

$$F(x,\theta) = 0; \quad (1)$$

где x – информация, содержащаяся в изображении, $F(x,\theta)$ задает исследуемую математическую модель. Классическим примером задачи оценки параметров является аппроксимация набора точек прямой линией. В таком случае x - это набор точек, $F(x,\theta)$ - уравнение прямой, θ - параметры прямой. Традиционные методы оценки параметров, такие как метод максимального правдоподобия или метод максимизации апостериорной вероятности исходят из следующего предположения об исследуемой модели и исходных данных - все данные $x = \{x_i\}$ порождены исследуемой моделью и зашумлены некоторой помехой ε, математическое ожидание которой $M(\varepsilon) = 0$, а дисперсия $D(\varepsilon) = \sigma^2, \sigma = const$. Указанное предположение верно не всегда. В случае, если часть исходных данных порождена не исследуемой моделью, а, например, ошибками измерений (такие данные называются *outliers – выбросами*), результат оценки параметров модели с помощью метода максимального правдоподобия может оказаться сколь угодно далек от реальных параметров модели. Для решения указанной проблемы разработан ряд методов робастной оценки параметров, учитывающих присутствие выбросов в исходных данных – М-оценки (M-estimators) [14], схемы голосования (например преобразование Хафа [2],[14]), метод наименьшей медианы квадратов (Least Median of Squares) [3],[14], а также семейство методов на основе случайных выборок (RANSAC)[1].

2. ОБЩАЯ СХЕМА РОБАСТНЫХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ НА ОСНОВЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЫБОРОК

В 1981 году для решения задачи робастной оценки параметров Фишером и Болесом был предложен алгоритм RANdom SAmpling Consensus (RANSAC). Он решает задачу оценки исследуемой модели за счет поиска наилучшей гипотезы θ в среди множества всех возможных гипотез Θ, порожденных исходными данными. Понятно, что за разумное время возможно рассмотреть только небольшую часть гипотез. Для максимизизации вероятности получения гипотезы, построенной по выборке без выбросов, необходимо проводить поиск только среди гипотез, построенных по выборке из минимально необходимого для оценки числа элементов (назовем это число *размерностью* модели). Но поскольку даже таких гипотез слишком много, то случайным образом выбирается только N из них. Алгоритм RANSAC состоит из N повторений следующего цикла:

1) Построение выборки $S_k \subset x$ из m элементов;
2) Построение гипотезы на θ_k основе выборки S_k;
3) Оценка степени согласия R_k гипотезы θ_k на множестве всех исходных данных x;

После построения и оценки всех N гипотез, из них выбирается гипотеза с наилучшей оценкой $R = \max_{k=1,N}(R_k)$, которая и принимается за результат робастной оценки.

3. ВАРИАНТЫ ФУНКЦИИ ОЦЕНКИ ГИПОТЕЗЫ

3.1 Базовая схема RANSAC

В базовой схеме RANSAC качество гипотезы определяется количеством элементов исходных данных ей удовлетворяющих. Степень согласия (а точнее несогласия) гипотезы и исходных данных вычисляется следующим образом:

$$R(\theta) = \sum_i p(r_i(\theta)^2),\ p(r_i^2) = \begin{cases} 0 & r_i^2 < T^2 \\ 1 & r_i^2 > T^2 \end{cases}, i = \overline{1,n} \quad (2)$$

где $r_i(\theta)^2$ - невязка точки x_i и оцениваемой гипотезы θ, T - фиксированный порог, изначально заданный из некоторых общих соображений или свойств исходных данных. В случае, если невязка точки x_i превышает порог T, точка x_i считается выбросом. Гипотеза с наименьшей величиной $R(\theta)$ выбирается как наилучшая.

Базовая функции оценки гипотез RANSAC обладает серьезными недостатками. При неправильно установленном пороге T гипотеза, построенная по содержащей выбросы выборке, могла быть оценена наравне с гипотезой по выборке без выбросов. Также, если порог устанавливается слишком низким, то за выбросы могут быть приняты и данные, порожденные исследуемой моделью. Если порог ставится слишком высоким, то многие выбросы не будут обнаружены. Поэтому при развитии робастных схем большое внимание уделялось созданию функций оценки гипотез, лишенных этих недостатков.

3.2 LMS

В отличие от базовой схемы, метод наименьшей медианы квадратов (least median of squares) [3] не требует задания порога T. В качестве критерия согласия модели и данных используется следующая функции:

$$R(\theta) = median(r_i(\theta)^2), i = \overline{1,n} \tag{3}$$

Однако схема LMS успешно работает при доле выбросов в исходных данных не более 50%, в то время как базовая схема RANSAC может успешно работать с большей долей выбросов.

3.3 M-SAC

Помимо зависимости от априорно задаваемого порога T, базовая функция оценки гипотез имеет еще один недостаток – она не оценивает то, насколько хорошо данные без выбросов соответствуют исследуемой модели. По аналогии с М-оценками [14] в работе [4] было предложено каждому выбросу назначать фиксированный штраф, а вклад всех остальных точек сделать пропорциональном квадрату ошибки:

$$R(\theta) = \sum_i p(r_i(\theta)^2), p(r_i^2) = \begin{cases} r_i^2 & r_i^2 \le T^2 \\ T^2 & r_i^2 > T^2 \end{cases}, i = \overline{1,n} \tag{4}$$

Как было показано в работе [4], эта модификация позволяет находить модели с более высоким качеством без дополнительных накладных расходов по скорости.

3.4 MLESAC

Функция оценки гипотез M-SAC не является в полной мере статистически обоснованной оценкой. В работе [5] предлагается модификация метода максимального правдоподобия для данных, содержащих выбросы. В этом методе в явном виде учитывается параметр $\delta \in [0,1]$, задающий долю выбросов в общей выборке. Для одновременного вычисления параметров модели θ и доли выбросов δ применяется схема ожидания–максимизации (expectation maximization, EM).

3.5 MAPSAC

Оценка максимального правдоподобия не учитывает дополнительно известной нам априорной информации о модели и данных. В работе [6] дана Байесовская формулировка робастной оценки параметров путем максимизации апостериорной вероятности.

3.6 Сравнение функций оценки гипотез

Функция оценки гипотез M-SAC позволяет выбирать более корректные гипотезы чем RANSAC без дополнительной вычислительной сложности, как показано в [4],[5]. Однако, оценка максимального правдоподобия MLESAC, несмотря на возросшую вычислительную сложность дает только сравнимые с M-SAC результаты [9]. Оценка MAPSAC позволяет использовать максимум информации для оценки гипотез, и поэтому должна быть наиболее точной. Но для большинства задач, в которых необходимо применение робастных оценок, не существует эффективной априорной оценки гипотез. В условиях неизвестной априорной информации оценка апостериорной вероятности сводится к оценке максимального правдоподобия. Таким образом, если для конкретной задачи можно оценить априорную вероятность гипотез, то наилучший результат будет достигнут при использовании MAPSAC, в противном случае можно ограничиться M-SAC.

4. ВАРИАНТЫ СХЕМЫ ВЫБОРКИ

Количество всевозможных выборок S_k элементов исходных данных чрезвычайно велико, и за разумное время можно проверить только незначительную их часть. Поэтому вероятность верной оценки требуемой модели напрямую зависит от вероятности получения гипотезы, построенной по выборке не содержащей выбросов. Эта вероятность определяется способом построения выборки. С момента появления базовой схемы было предложено несколько вариантов модификации способа выборки, некоторые из которых [7], [8] предлагают прямо противоположные модификации.

4.1 Базовая схема RANSAC

В базовой схеме каждая точка может быть включена в текущую выборку S_k с равной вероятностью [1]. Если доля выбросов в исходных данных равна $\delta \in [0,1]$, то вероятность того, что все элементы в выборке не являются выбросами, равна $(1-\delta)^m$. Таким образом эффективность равномерной выборки экспоненциально убывает при увеличении размера выборки.

4.2 Модификация Жанга

При использовании базовой схемой с равномерной выборкой вероятны ситуации, когда расстояния между выбранными точками будут сравнимы с погрешностью, вносимой помехой ε. В таком случае гипотеза будет далека от исследуемой модели и будет отвергнута как ложная. Для исключения подобных ситуаций, в [7] была предложена регулярно-случайная схема построения выборки. Пространство, занимаемое множеством исходных точек $x = \{x_i\}$ разбивается на p корзинок, регулярным образом покрывающую область определения элементов. При составлении выборки случайным образом выбирается k корзинок, в каждой из которых с равной вероятностью выбирается по одному элементу. Вероятность выбора i-ой корзинки прямо пропорциональна количеству содержащихся в ней элементов.

4.3 NAPSAC

Экспоненциальный рост количества необходимых выборок в базовой схеме не позволяет эффективно ее использовать для оценки моделей большой размерности. В работе [8] было теоретически обосновано, что вероятность выбрать "не-выброс" в окрестности другого "не-выброса" выше, чем при выборке каждого элемента с равной вероятностью. На основе этой идеи была предложена неоднородная схема выборки. Только первый элемент x' каждой выборки выбирается случайно, все остальные элементы выборки берутся из окрестности Ω_x этого элемента. Если в Ω_x нет необходимого для выборки количества элементов, то выбирается новый первый элемент. Данная схема позволяют более эффективно оценивать модели высокой размерности в условиях сильного шума, но зачастую проигрывает другим схемам на моделях с низкой размерностью, из-за проблемы пространственной близости элементов выборки (см. раздел 4.2).

4.4 Метод Тордоффа и Мюррея

Описанные выше схемы не используют априорной информации об исходных данных при построении выборки. Если же для каждого элемента данных имеется некоторая оценка «достоверности» этого элемента, такую информацию можно использовать для увеличения вероятности получения выборок не содержащих выбросов. Авторы работы [9] предлагают способ получения такой оценки для задачи отслеживания перемещения точечных особенностей в видеопоследовательности. Имея такую оценку можно выбирать элементы при построении выборки с вероятностью пропорциональной их «достоверности».

4.5 Сравнение различных схем построения выборок

При создании оптимальной схемы построения гипотез необходимо учитывать две основные проблемы: потенциально низкая вероятность построения выборки без выбросов и возможность оценки некачественных гипотез по неудачной выборке свободной от выбросов. Предложенные методы без использования дополнительной априорной информации ([7], [8]) позволяют частично решить одну из проблем за счет усугубления другой. Только использование априорной информации о «достоверности» исходных данных, позволяющей вычислить вероятности того, что произвольный элемент является выбросом, позволяет повысить вероятность построения «удачной» выборки [9]. Однако получение такой оценки требует статистики достоверности элементов данных, накопление которой осуществляется по-разному для каждой конкретной задачи.

5. МОДИФИКАЦИИ СХЕМЫ ОЦЕНКИ МОДЕЛИ

Для выбора верной гипотезы с высокой вероятностью требуется проверить внушительное число гипотез построенных по разным выборкам исходных данных. Большая часть времени работы алгоритма приходится на оценку качества гипотез. Поэтому в последнее время большое внимание уделяется созданию схем оценок, либо не требующих использования всех исходных данных для оценки гипотезы, либо позволяющих значительно сократить количество подобных оценок.

5.1 Рандомизированный RANSAC с $T_{d,d}$ тестом

В 2002 году, в работе [10] было предложено ввести элемент случайности также и схему проверки гипотез. Перед проверкой каждой гипотезы осуществляется $T_{d,d}$-тест. Согласно ему, из исходных данных с равномерной вероятностью выбирается d элементов, и проверяется, не содержится ли среди них хотя бы один выброс относительно текущей гипотезы. Если хотя бы один выброс присутствует, гипотеза считается не прошедшей тест, и отбрасывается. Таким образом, на всем множестве исходных данных осуществляется оценка только части гипотез, прошедших $T_{d,d}$ - тест.

5.2 Превентивный RANSAC

Доля гипотез не содержащих выбросов, значительно меньше доли выбросов в исходных данных. Поэтому требуется много времени, прежде чем выборка без выбросов будет найдена по базовой схеме. В системах реального времени требуется же фиксированное время работы алгоритма. Поэтому была предложена превентивная схема RANSAC [11], согласно которой вначале создаются все N гипотез. После этого выбирается случайным образом элемент исходных данных, и все гипотезы оцениваются только на нем. После оценки гипотезы сортируются в порядке качества, и самые плохие гипотезы могут быть отброшены. Затем выбирается следующей элемент, и процедура продолжается до истечения отведенного времени. Лучшая гипотеза берется в качестве результата.

5.3 Сравнение схем оценок модели

Очевидно, что оценка гипотезы с использованием всех исходных данных более точна, чем оценка только по части из них. Однако, как показывают работы [10] и [11], дополнительная рандомизация схемы оценки модели позволяет за счет незначительного снижения вероятности нахождения корректной гипотезы, значительно уменьшить время работы алгоритма. В большинстве случаев, схемы с рандомизацией оценки показывают сравнимый с обычной схемой оценки результат. Но при фиксированном и небольшом времени выполнения алгоритма, когда невозможно оценить большое число гипотез на всех исходных данных, превентивный RANSAC дает наилучший результат.

6. ДРУГИЕ МОДИФИКАЦИИ

Поскольку вероятность построения выборки без выбросов падает с экспоненциальной скоростью при увеличении ее размера, обычно строится выборка минимально необходимого для построения гипотезы размера (например при аппроксимации точек прямой достаточно двух точек для построения гипотезы). Однако, как показано в [12], гипотеза построенная по большему числу элементов (но без выбросов), имеет значительно лучшую оценку, нежели построенная по минимальной выборке. Поэтому в работе [12] было предложено добавить в базовую схему этап локальной оптимизации гипотезы. Согласно ей, как только находится наилучшая на текущий момент гипотеза, она уточняется с использованием всех исходных данных, удовлетворяющих ей с невязкой меньше заданного порога. Количество гипотез, к которым применяется локальная оптимизация равно *log(N)*, где *N* – число выборок, т.е. незначительное по сравнению с количеством выборок.

При использовании локальной оптимизации количество итераций, необходимое для получения гипотезы с заданным качеством, уменьшается в несколько раз. На этапе локальной оптимизации также возможно построение более общих моделей большей размерности. В работе [13] сравнивается применение обычной робастной схемы оценки модели движения точек между кадрами видеопоследовательности с учетом радиальных искажений камеры, с оценкой этой модели только на этапе локальной оптимизации. В последнем случае продемонстрировано увеличение скорость в 100 раз при сходном качестве результирующей гипотезы.

7. РЕАЛИЗАЦИЯ

Описанные методы были реализованы на Matlab 6.5 в виде библиотеки инструментов SACTool. На примере задач аппроксимация точек прямой и оценки гомографии как модели движения точек между двумя кадрами видеопоследовательности было проведено сравнение большинства робастных схем. Результаты сравнения и библиотека доступны по адресу http://www.graphics.cs.msu.su/files/SACTool.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За прошедшее с момента появления RANSAC время были предложены пути решения трех основных недостатков базовой схемы: низкой вероятности выборки без выбросов, неточности оценки гипотез и высокой вероятности построения далекой от исследуемой модели гипотез даже по выборке без выбросов. Самым эффективным путем решения этих проблем является использование априорной информации о гипотезах и исходных данных как на этапе построения выборки, так и при оценке модели.

Однако при отсутствии априорных оценок, эффективность байесовского подхода оценки гипотезы падает практически до уровня M-SAC [6], а способ выборки сводится к базовой схеме. Поэтому основным направлением дальнейшего развития робастных схем оценок следует признать поиск эффективных методов оценок априорной информации о гипотезах и выбросах в исходных данных для конкретных задач, в которых необходимо применение робастных схем.

9. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] M.A.Fischler, R.C.Bolles. *"Random Sample Consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography"* CACM 24.381-395,1981

[2] J.Illingworth. J.Kittler. *"A survey of the Hough transform"* CVGIP 44:87-116,1988

[3] P.J.Rousseeuw. *"Least median of squares regression"* Journal of the American Statistical Association, 79:871-880,1984

[4] P.Torr, A.Zisserman, *"Robust Computation and Parametrization of Multiple View Relations"*, ICCV Proc, p.727, 1998

[5]P.H.S.Torr, A.Zisserman, *"A MLESAC: A New Robust Estimator with Application to Estimating Image Geometry"* Computer Vision and Image Understanding, 2000

[6]P.H.S. Torr. *"Bayesian Model Estimation and Selection for Epipolar Geometry and Generic Manifold Fitting"*. In International Journal of Computer Vision, 50(1), pp. 27—45, 2002

[7]Z.Zhang, R.Deriche, O.Faugeras, Q.T.Luong. *"A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry"* AI Journal, vol.78:87-119, 1994

[8] D. Myatt, P.H.S. Torr, S. Nasuto, R. Craddock. *"NAPSAC: High Noise, High Dimensional Robust Estimation"* In Proceedings British Machine Vision Conference, pages 458-467, 2002

[9] B. Tordoff, D. Murray *"Guided sampling and consensus for motion estimation". ECCV, Proc,* v.1, pp. 82–96, 2002

[10] O.Chum, J.Matas, *"Randomized RANSAC and T(d,d) test"* BMVC Proc, 2002

[11]D.Nister, *"Preemptive RANSAC for live structure and motion estimation"* ICCV Proc, pp.199-206, 2003

[12]O.Chum, J.Matas, J.Kittler *"Locally Optimized RANSAC"*, DAGM 2003

[13]O.Chum, J.Matas, S.Obdrzalek, *"Enhancing RANSAC by Generalized Model Optimization"*, ACCV 2004

[14]C.V.Stewart *"Robust parameter estimation in computer vision"* SIAM Review v.1, n.3 pp. 513-537, 1999

Об авторах

Антон Конушин выпускник ВМК МГУ, аспирант ИПМ им. Келдыша. Его электронный адрес: ktosh@graphics.cs.msu.ru

Кирилл Мариничев: студент 3-го курса ВМК МГУ. Его электронный адресе: kirmar@graphics.cs.msu.ru

Владимир Вежневец, к.ф.-м.н, старший научный сотрудник лаборатории Компьютерной Графики факультета ВМК МГУ. Его электронный адрес: vvp@graphics.cs.msu.ru