

Задание №1. Фрактальные изображения

Начало: 10 февраля 2004 года.

Конец: 24 февраля 2004 года (23:59)

Авторы задания:

Анастасия Куликова (sergevna@mail333.com)

Цель задания

Рассчитать (желательно с приемлемой скоростью) и отобразить фрактальное изображение.

Описание задания

Введение

Рассматривая некоторые последовательности комплексных чисел и выбирая закраску точки в зависимости от скорости сходимости последовательности, можно получить интересные изображения.

Обязательная часть

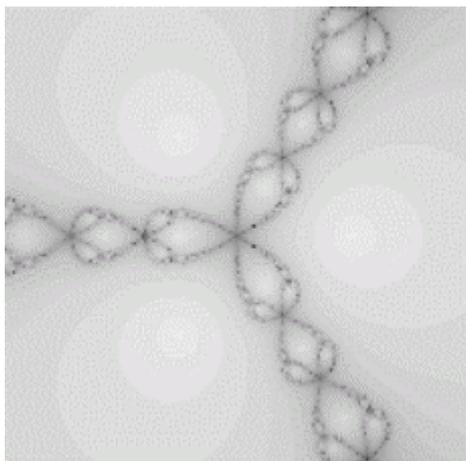
Здесь кратко рассмотрим наиболее простые методы генерации фракталов. Для выполнения задания достаточно реализовать какой-нибудь из них. Более подробную информацию можно посмотреть на www.fractorama.com

Метод Ньютона

Метод основан на решении уравнений методом Ньютона. Решение уравнения $f(z) = 0$ имеет вид $z_{k+1} = N(z_k)$, где $N(z) = z - f(z) / f'(z)$. Рассмотрим уравнение $\text{pow}(z, 3) - 1 = 0$. Вот как будет выглядеть построение фракталов, используя метод Ньютона для решения уравнения:

```
maxIterations = 64;
count = 0;
z = current; // комплексные переменные
delta = z;
z1 = z;
while ( count < maxIterations && abs( z ) < 1e6
&& abs ( delta ) > 1e-6 )
{
    z = z - ( z * z * z - 1 ) / ( 3 * z * z );
    delta = z1 - z;
    z1 = z;
}
SetColor ( ColorPalette[count * 256 / maxIterations] );
```

Палитру можно сформировать по-разному, на данной картинке - градиентный переход цветов.



Более сложный пример задания последовательности комплексных чисел

Общая идея простая. Берется некая последовательность комплексных чисел $z_n = F(z_{n-1})$, где F может быть суперпозицией различных функций. Рассматривается сходимость (расходимость) этой последовательности. Обычно достаточно рассмотреть около 30 итераций. Далее в зависимости от скорости сходимости выбирается цвет в точке. Рассмотрим пример с розой - расчет цвета в одной точке. Диапазон изменения комплексного числа current (1.41243196908302890000, 0.43820235769674321000) до (1.41299091299888270000, 0.43876197245340087000) Разность действительных частей соответствует ширине изображения, разность мнимых - высоте.

```

tolerance = 1e-6;
z          = current;
zold = [0, 0]; //комплексное число, Re( zold ) = Im( zold ) = 0
xmax = xmin = xtot = 0; //вещественные числа
ymax = ymin = ytot = 0;
mmax = mmin = mtot = 0;
stop = 0;
//собственно вычисления
z += log( z ); //комплексные функции
while( stop == 0 && count < 30 ) //30 итераций достаточно
{
    if( abs( Re( z ) - Re( zold ) ) <= tolerance
        && abs( Im( z ) - Im( zold ) ) <= tolerance )
        //критерий остановки
        stop = 1;
    else
    {
        sc = sec( z ) * csc( z ); //где sec(z)=1./cos(z), csc(z)=1./sin(z)
        f_z = log( sc );
        fp_z = 1/sc * ( sc * tan( z ) - sec( z ) * pow( csc( z ), 2 ) );
        zold = z;
        z = z - fp_z / f_z; //так определяется последовательность zn
        value = csc(z);
        //все что далее нужно для определения цвета
        x = Re( value );
        y = Im( value );
        m = abs( value ); //модуль компл. числа - sqrt( x*x + y*y )
        xtot += x;
        ytot += y;
        mtot += m;
    }
}

```

```

        xmin = min( xmin, x );
        xmax = max( xmax, x );
        ymin = min( ymin, y );
        ymax = max( ymax, y );
        mmin = min( mmin, m );
        mmax = max( mmax, m );
        count++;
    }
}
//теперь собственно определение цвета - немного изменив эту часть, получаем
совсем др вид
r = g = b = 0;
if( count > 0 )
{
    r = ((xtot/count) - xmin)/(xmax - xmin);
    g = ((ytot/count) - ymin)/(ymax - ymin);
    b = ((mtot/count) - mmin)/(mmax - mmin);
    //параметры для расчета цвета, можно менять по-разному, но так
    // чтобы 0 < xStart < 255 и 0 < xStep < 2
    rStart = 255;
    gStart = 205;
    bStart = 255;
    rStep = 1.5;
    gStep = 1.5;
    bStep = 1.0;
    //собственно расчет цвета, здесь цвета как бы "идут по кругу"
    r = -cos( 2*PI*r );
    g = -cos( 2*PI*g );
    b = -cos( 2*PI*b );
    r = r*127 + 127;
    g = g*127 + 127;
    b = b*127 + 127;
    r = r*rStep + rStart;
    g = g*gStep + gStart;
    b = b*bStep + bStart;
    r /= 360.0;
    g /= 360.0;
    b /= 360.0;
    r = sin( PI*r );
    g = sin( PI*g );
    b = sin( PI*b );
    r = r*128 + 127;
    g = g*128 + 127;
    b = b*128 + 127;
}
SetColor( b, g, r );

```



Метод Тейлора

Вот еще один достаточно простой метод. Рассмотрим разложение $\exp(z)$ в ряд Тейлора. Z - комплексное число. Фактически раскраска определяется тем, насколько быстро сумма многочленов, взятых с некоторым коэффициентом (в его выборе можно поэкспериментировать), приближается к значению экспоненты. Вот пример, как это может выглядеть. Расчет цвета в данной точке:

```
maxIterations = 15;
tolerance      = 1e-6;
z = exp( current ); //current - точка на комплексной плоскости,
//соответствующая данной точке получаемого изображения
xmax = xdev = xavg = 0;
ymax = ydev = yavg = 0;
mmax = mdev = mavg = 0;
zSum = 0;
double denominator = 1; //вещественная переменная
point = exp( current ); //это и будет весовой коэффициент
//совсем необязательно брать здесь экспоненту,
// выглядит это может и так point[5, 5]; point = sin (point)
// и т.д.
//цикл, не более maxIterations, пока zSum не подойдет "достаточно близко" к z
while( count < maxIterations && norm( zSum - z ) > tolerance )
{
    zSum += exp( point ) * ( ( current - point ) ^ count ) / denominator;
    if( count > 0 )
        denominator *= ( count + 1 );
    //теперь собственно определение цвета
    value = cot( zSum );
    x = abs( value^0.1 );
    y = abs( value^0.2 );
    m = abs( value^0.4 );
    xavg = ( x + xavg*count ) / ( count + 1 );
    yavg = ( y + yavg*count ) / ( count + 1 );
    mavg = ( m + mavg*count ) / ( count + 1 );
    xdev = sqrt( ( x-xavg ) * ( x-xavg ) );
    ydev = sqrt( ( y-yavg ) * ( y-yavg ) );
    mdev = sqrt( ( m-mavg ) * ( m-mavg ) );
    xmax = max( x, xdev );
    ymax = max( y, ydev );
    mmax = max( m, mdev );
    xtot += xdev;
    ytot += ydev;
    mtot += mdev;
}
r = g = b = 0;
if (count > 0)
{
    r = (xtot/count)/ xmax;
    g = (ytot/count)/ ymax;
    b = (mtot/count)/ mmax;
    r = InterpolateColor( 1, 255, r );
    g = InterpolateColor( 1, 255, g );
    b = InterpolateColor( 1, 255, b );
}
SetColor (r, g, b);
```



Метод регионов

Можно сгенерировать интересные изображения, задавая определенные условия цикла. Рассмотрим механизм регионов (т.е. в цикле определяем, принадлежит ли данная точка некоторому региону). В общем виде выглядит так

```
z = [0, 0];
while( count < 20 && squared_abs( z ) < 4 )
{
    if( inside(z, some region ) )
    {
        // точка z принадлежит региону, выходим из цикла
        break;
    }
    z = z ^ 2 + current;
}
value = deg( z ) * ( 255 / 360.0 );
set_color( value, value, value );
```

В качестве региона можно взять круг, эллипс, многоугольник, но лучше их комбинации (объединение, пересечение, отсечение).

Вот пример

```
z = [0, 0];
xmin = 0; ymin = 0; mmin = 0;
xmax = 0; ymax = 0; mmax = 0;

xtot = 0; ytot = 0; mtot = 0;
flag = 0;
p = [0, 0];
r1 = 1; r2 = 1.05; r3 = 2;
r4 = 2.05;
while( count < 30 && squared_abs( z ) < 1e4 )
{
    if( flag == 0 )
    {
        if( inside( z, region_and( region_not(
            region_sidedpoly(p, 5, r1, 0)),
            region_sidedpoly(p, 5, r2, 0) ) ) ) )
```

```

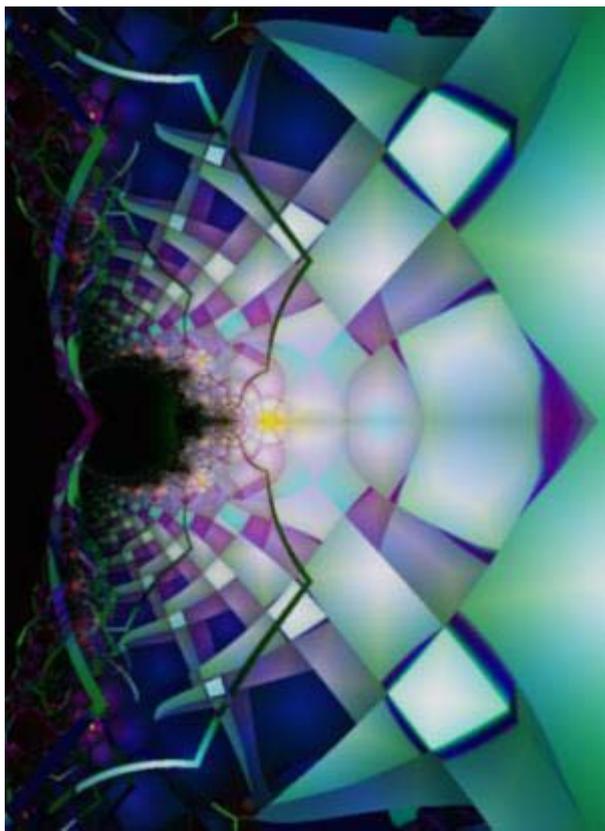
//здесь sidedpoly( p, 5, r2, 0 ) - 5-угольник, вписанный в
//окружность с центром в т.р и радиусом r2

    {
        flag = 1;
    }
}

    else
{
    if( inside( z, region_and( region_not(
        region_sidedpoly(p, 5, r3, 0)),
        region_sidedpoly(p, 5, r4, 0) ) ) )
    {
        flag = 0;
    }
}
if( flag == 0 )
    z = sec(z - current);
else
    z = csc(z - current);
z = log( z );
value = z;
x = real( value );
y = imag( value );
m = mag( value );
xmin = min( xmin, x );
ymin = min( ymin, y );
mmin = min( mmin, m );
xmax = max( xmax, x );
ymax = max( ymax, y );
mmax = max( mmax, m );
xtot += x;
ytot += y;
mtot += m;
}
r = 0; g = 0; b = 0;
if(count > 0)
{
    r = ( xtot/count - xmin ) / ( xmax - xmin );
    g = ( ytot/count - ymin ) / ( ymax - ymin );
    b = ( mtot/count - mmin ) / ( mmax - mmin );

    r = get_sin_color( r, 255, 1 );
    g = get_sin_color( g, 255, 1 );
    b = get_sin_color( b, 255, 1 );
}
set_color(r, g, b);
}
}
}

```



Дополнительная часть

Желательно реализовать сохранение файла в форматы png, jpeg, tif и т.д.

Как один из несложных вариантов этого - использование классов и функций GDI+. Основные ваши действия при этом (потребуется подключить #include и добавить библиотеку gdiplus.lib, а также указать using namespace Gdiplus;)

Для инициализации GDI+ определить GdiplusStartupInput gdiplusStartupInput; ULONG_PTR gdiplusToken; и в начале программы вызвать GdiplusStartup(&gdiplusToken, &gdiplusStartupInput, NULL); При завершении работы программы вызвать GdiplusShutdown(gdiplusToken).

GDI+ по умолчанию позволяет работать со следующими форматами:

- image/bmp
- image/jpeg
- image/gif
- image/tiff
- image/png

Для сохранения изображения в желаемом формате нужно получить идентификатор требуемого кодировщик, например:

```
CLSID pngClsid;  
GetEncoderClsid(L"image/png", &pngClsid);
```

```
image.Save(L"Mosaic2.png", &pngClsid, NULL);
```

```
//где image - переменная класса Image или его производного Bitmap, содержащая  
//сгенерированное изображение.
```

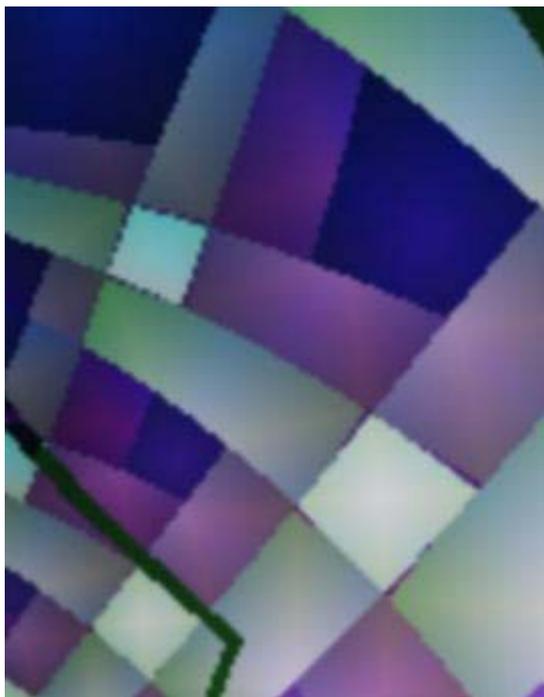
Определить идентификатор энкодера данного формата можно так.

```
int GetEncoderClsid(const WCHAR* format, CLSID* pClsid)
{
    UINT num = 0;           // number of image encoders
    UINT size = 0;         // size of the image encoder array in bytes
    ImageCodecInfo* pImageCodecInfo = NULL;
    GetImageEncodersSize(&num, &size);
    if(size == 0)
        return -1; // Failure
    pImageCodecInfo = (ImageCodecInfo*) (malloc(size));
    if(pImageCodecInfo == NULL)
        return -1; // Failure
    GetImageEncoders(num, size, pImageCodecInfo);
    for(UINT j = 0; j < num; ++j)
    {
        if( wcsncmp(pImageCodecInfo[j].MimeType, format) == 0 )
        {
            *pClsid = pImageCodecInfo[j].Clsid;
            free(pImageCodecInfo);
            return j; // Success
        }
    }
    free(pImageCodecInfo);
    return -1; // Failure
}
```

Третий параметр в методе Image::Save() - указатель на EncoderParameters, используя его, для каждого формата можно задать определенные настройки - например, для jpeg - уровень качества. Подробнее см. документацию по GDI+.

Для повышения качества картинки рекомендуется избавиться от эффекта алиасинга (ступенчатости)

Фрактальное изображение с сильной ступенчатостью



Работая с GDI+ достаточно установить для объекта Graphics желаемое качество.

```
VOID Example_SetSmoothingMode (HDC hdc)
{
    Graphics graphics( hdc );
    graphics.SetSmoothingMode( SmoothingModeHighQuality );
}
```

Требования к программе

Обязательные требования

Программа должна генерировать фрактал каким-либо из предложенных способов (наиболее простым является метод Ньютона), можно сделать и своим способом, тогда в readme файле кратко опишите метод. Если расчет занимает много времени, выводите индикатор состояния.

Дополнительные требования

Будут поощряться дополнительным баллами возможность сохранения изображения в файл (особенно форматы png, jpeg - последний с регулированием уровня качества/размера файла), возможность масштабирования части изображения, реализация фрактала более оригинальным способом, а также быстрый расчет и удобный интерфейс. </p></p>

Дополнительные источники информации

Дополнительную информацию по фракталам вы можете посмотреть на сайте Fractorama. Там же программа, позволяющая генерировать различные фракталы по заданным формульным данным. Есть много примеров с заданными расчетными формулами. Если есть интерес,

разобраться в этом несложно, к тому же есть достаточно подробная документация.

Оценка

| | |
|--|--------------|
| Генерация фракталов методом Ньютона, или методом Тейлора, или методом регионов, или методом анализирования сходимости последовательности комплексных чисел | 7 баллов |
| Возможность сохранения в файл (в простейшем случае bmp или targa) | +1 балл |
| Возможность сохранения в различные форматы файлов (jpeg с по крайней мере некоторыми настройками формата, png, tiff) | +2 балла |
| Возможность масштабирования изображения (при этом выполняется пересчет для той части комплексной плоскости, которая соответствует выделенной части изображения). Область для увеличения (пересчета) задавать мышкой. | +1 балл |
| Быстрый расчет сложных фракталов (оптимизировать скорость), повышенное качество картинки (антиалиасинг и др.), удачный интерфейс (GUI Windows), оригинальные картинки | +1, +2 балла |

Оформление

См. [Информацию о курсе](#) и [FAQ](#).

Не забудьте положить в архив файл readme.txt. В файле указать следующие подзадания:

генерация фракталов одним из обязательных методов [+] / [-]
сохранение в bmp/targa [+] / [-]
сохранение в различные форматы (png, tiff, jpg..) [+] / [-]
масштабирование [+] / [-]
оптимизации, улучшение, оригинальность [+] / [-], если [+], пояснить, что улучшено;)

Если вы реализовали какой-либо оригинальный метод, опишите его в комментариях.

Результаты работы

Результаты смотрите в интернете и/или стенде около лаборатории. Все вопросы присылать авторам и проверяющим.

Задание выполняется строго индивидуально. За совместную работу или обмен кусками кода ставится ноль баллов всем участникам, если факт командной работы не был указан в readme.txt заданий.

ЧаВо по заданию

У меня Windows XP и Visual Studio 6.0. Как я могу работать с GDI+?

Нужно скачать библиотечные lib и include. Их можно взять, например, [здесь \(zip, 113кб\)](#). Больше ничего устанавливать не нужно.

У меня установлена Platform SDK из Visual Studio 7.0. Как я могу работать с GDI+?

Ничего вообще устанавливать не нужно, вы можете работать с GDI+, даже если вся Visual Studio 7.0 у вас не установлена.

У меня Windows 2000 (Windows NT / Windows Me / Windows 98). Как я могу работать с GDI+?

Нужно скачать библиотечные lib и include. Их можно взять, например, [здесь \(zip, 113кб\)](#). Если у вас нет приложений, использующих gdiplus.dll (т.е. нет gdiplus.dll) - вы можете скачать ее [отсюда](#).