

## Пороговая сегментация изображений на основе генетического алгоритма

Я. А. Буянкина, П. В. Бабаян

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Рязань, Россия

**Аннотация.** В работе рассматривается актуальная проблема сегментации изображений, полученных в условиях наблюдения, характеризующихся мультимодальностью гистограммы объекта. Для решения этой проблемы используется генетический алгоритм. В рамках исследования представлена реализация алгоритма, а также проведены эксперименты с различными изображениями, что позволяет оценить его эффективность. Результаты экспериментов включают в себя расчёт характеристик, которые демонстрируют улучшение качества сегментации по сравнению с традиционными методами, такими как метод Отцу и энтропийные методы Капура и Тсаллиса.

**Ключевые слова:** пороговая сегментация изображения, генетический алгоритм, функция распределения яркости, ROC-характеристика

## Threshold image segmentation based on genetic algorithm

Y. A. Buyankina, P. V. Babayan

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Ryazan, Russia

**Abstract.** The paper considers the current problem of segmentation of images obtained under observation conditions characterized by multimodality of the object histogram. To solve this problem, a genetic algorithm is used. The study presents the implementation of the algorithm, as well as experiments with various images, which allows us to evaluate its effectiveness. The results of the experiments include the calculation of characteristics that demonstrate an improvement in the quality of segmentation compared to traditional methods such as the Otsu method and the entropy methods of Kapur and Tsallis.

**Keywords:** threshold image segmentation, genetic algorithm, brightness distribution function, ROC characteristic

### Введение

В области обработки изображений метод сегментации применяется для выделения интересных объектов из цифровых кадров.

Одним из простейших подходов является пороговая сегментация, при которой гистограмма яркости изображения делится на две (или более) части с использованием единого глобального порога. Затем изображение сканируется попиксельно, и каждый пиксель классифицируется как принадлежащий объекту или фону в зависимости от того, превышает ли его яркость пороговое значение. Эффективность этого метода определяется степенью, до которой гистограмма яркости поддается разделению на отдельные компоненты [1].

Проблема пороговой сегментации в современной обработке изображений заключается в том, что этот метод может быть недостаточно эффективным при работе с изображениями, имеющими сложные или неоднородные гистограммы яркости. Например, в случае мультимодальных или слабо различимых распределений яркости метод может привести к некорректному разделению объектов и фона, ошибкам в классификации пикселей и потере деталей изображения.

Кроме того, выбор единого глобального порога может не учитывать локальные особенности изображения, такие как изменения освещённости или текстуры. Это может привести к тому, что важные детали будут потеряны или, наоборот, нежелательные элементы будут выделены.

Также стоит учесть, что некоторые изображения могут содержать шумы или артефакты, которые могут повлиять на точность определения порога и, соответственно, на качество сегментации.

Для улучшения результатов сегментации в таких случаях часто требуется применение более сложных и вычислительно затратных методов, таких как адаптивная пороговая обработка или использование алгоритмов машинного обучения.

В данной работе исследование направлено на пороговую сегментацию особого класса изображений, содержащих тёмный фон и контрастный объект интереса, включающий несколько зон яркости. К таким изображениям относятся, например, изображения летательных аппаратов, полученные на фоне

ночного неба, изображения предметов, наблюдаемых в 3D-сканерах, или изображения нагретых предметов, формируемые камерами ИК-диапазона. При наблюдении таких объектов в неравномерном или малом освещении их изображения содержат зоны разных уровней яркости, зеркальные или блестящие поверхности, блики. Применение традиционных методов сегментации к таким изображениям обычно не обеспечивает приемлемого качества. В настоящей работе для сегментации изображений, относящихся к рассматриваемому классу, предлагается использовать генетический алгоритм.

### Классические методы пороговой сегментации и их недостатки

Метод Отцу — это алгоритм вычисления порога бинаризации для полутонового изображения, используемый в области компьютерного распознавания образов и обработки изображений для получения бинарных изображений. С помощью данного метода вычисляется порог  $t$ , минимизирующий среднюю ошибку сегментации, т.е. среднюю ошибку от принятия решения о принадлежности пикселей изображения объекту или фону. Значения яркостей пикселей можно рассматривать как случайные величины, а их гистограмму — как оценку плотности распределения вероятностей [2]. Метод Отцу ищет порог, уменьшающий внутриклассовую дисперсию, которая определяется как взвешенная сумма дисперсий двух классов:

$$\sigma_w^2(t) = \omega_1(t)\sigma_1^2(t) + \omega_2(t)\sigma_2^2(t), \quad (1)$$

где веса  $\omega_1, \omega_2$  — это вероятности принадлежности точки классам 1 и 2, разделённым порогом  $t$ ;  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  — дисперсии этих классов. Отцу показал, что минимизация внутриклассовой дисперсии равносильна максимизации межклассовой дисперсии.

Метод Капура относится к энтропийным методам бинаризации изображений [3]. Энтропия Капура — это метрика для многоуровневой сегментации изображений, которая разделяет изображение на разные классы, а величина энтропии определяет, является ли класс однородным. Предполагается, что  $T = [t_1, t_2, \dots, t_{k-1}]$  — представляет комбинацию пороговых значений, которые разделяют изображение на различные классы. Тогда энтропия Капура будет равна

$$f_{\text{kapur}}(t) = \sum_{j=1}^k H_j^C. \quad (2)$$

Как правило, каждое значение энтропии вычисляется независимо на основе конкретного значения  $T$ . Для многоуровневой пороговой обработки это можно выразить как

$$H_k^C = \sum_{j=t_k+1}^L \frac{Ph_j^C}{\omega_{k-1}^C} \ln \left( \frac{Ph_j^C}{\omega_{k-1}^C} \right), \quad (3)$$

где  $Ph_j^C$  — распределение вероятностей уровней интенсивности;  $C$  — единица (1) для черно-белых изображений;  $\omega_{k-1}^C$  вероятность принадлежности точки к классу  $k$ .

Недавние разработки статистической механики, основанные на концепции неэкстенсивной энтропии, также называемой энтропией Тсаллиса, усилили интерес к исследованию возможного распространения энтропии Шеннона на алгоритмы обработки изображений [4]. Энтропия Тсаллиса основана на сегментации изображений с помощью принципа максимальной энтропии. Функция Тсаллиса изначально была выведена из теории Шеннона и может быть определена как

$$S_q = \frac{1 - \sum_{j=1}^t (p_j)^q}{q-1}, \quad (4)$$

где  $t$  — пороговое значение;  $q$  — индекс энтропии [5]. Метод был создан для обработки медицинских изображений (первоначально — маммография) [6].

Каждый из этих методов имеет свои особенности и применяется в зависимости от задачи. Однако все они обладают определёнными недостатками и ограничениями, которые необходимо учитывать при выборе метода для конкретной задачи обработки изображений.

1. Чувствительность к равномерности распределения интенсивности пикселей и к шуму. Классические методы могут быть менее эффективны на изображениях с неоднородным

распределением яркости или сложными текстурами, где оптимальный порог может зависеть от локальных условий; шум на изображении способен привести к искажению результатов сегментации.

2. Возможность неправильного выбора порога при наличии нескольких пиков в гистограмме в случае, когда гистограмма интенсивности пикселей имеет несколько выраженных пиков.

3. Методы могут быть неэффективны для изображений с низкой контрастностью, сложными текстурами, неоднородным фоном, перекрывающимися объектами и т.д.

4. Часто перед применением метода пороговой сегментации может потребоваться предварительная обработка изображения, например, фильтрация шума или нормализация яркости и контрастности. Это может усложнить процесс сегментации и потребовать дополнительных вычислительных ресурсов.

Данные методы пороговой сегментации демонстрируют недостаточную эффективность при обработке изображений с тёмным фоном и контрастными объектами интереса, исходя из вышеописанных пунктов. Для решения подобных задач требуется применение альтернативных методов сегментации, более точно учитывающих специфику изображений с указанными характеристиками. В данной работе был применён генетический алгоритм в силу его особенностей:

1. Гибкость генетических алгоритмов позволяет настраивать параметры в зависимости от конкретных условий и требований к сегментации.

2. Способность находить глобальные оптимумы благодаря своему механизму популяции. Локальные оптимумы (такие как в методе Отцу) могут застревать.

3. Генетические алгоритмы, как правило, более устойчивы к шуму в изображениях, так как они используют популяцию решений, что позволяет фильтровать некачественные решения и выбирать лучшие.

4. Генетические алгоритмы могут обрабатывать задачи многоклассовой сегментации, что сложно реализовать с помощью таких методов, как метод Отцу, которые часто предназначены для бинарной сегментации.

### Генетический алгоритм

Генетический алгоритм (GA) – это естественная метаэвристика, которая имитирует гены. Генетический алгоритм используется для поиска оптимальных решений, когда не существует детерминированного метода или если детерминированный метод сложен в вычислительном отношении. GA – это алгоритм, основанный на популяции (т.е. он генерирует несколько решений на каждой итерации). Количество решений на итерации называется размером популяции. Каждое решение представлено в виде хромосомы, и каждая хромосома состоит из генов [7]. Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 1.

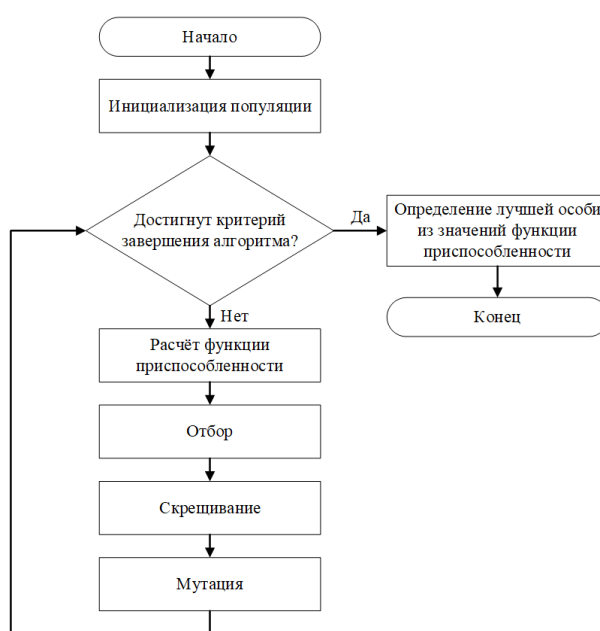


Рис. 1. Блок-схема общего генетического алгоритма

Генетический алгоритм начинается с инициализации популяции, состоящей из  $N$  случайных решений, каждое из которых представляет собой набор хромосом. Хромосомы, в свою очередь, состоят из генов, кодирующих параметры решаемой задачи. После инициализации выполняется оценка приспособленности каждого решения, что позволяет определить их качество. На основе этих оценок отбираются лучшие решения для дальнейшего использования в процессе воспроизводства.

Процесс воспроизводства состоит из четырех этапов: отбор, скрещивание, мутация и принятие решения.

На этапе отбора происходит селекция наиболее приспособленных особей из текущей популяции для формирования новой генерации. Менее приспособленные особи также могут быть отобраны, что способствует генетическому разнообразию. Существует множество механизмов реализации этапа отбора. Одним из распространенных методов является использование ролевого колеса. В этом методе колесо делится на  $N$  секций, каждая из которых соответствует отдельной хромосоме. Площадь каждой секции определяется пропорционально её приспособленности. Затем случайным образом генерируется число в диапазоне от 0 до 360, которое соответствует позиции на колесе рулетки. Это обеспечивает более высокую вероятность отбора для хромосом с более высокой приспособленностью, но также оставляет небольшой шанс для менее приспособленных особей [8].

На практике процесс отбора осуществляется следующим образом: сначала оценивается приспособленность каждой хромосомы, затем значения приспособленности нормализуются таким образом, чтобы их сумма равнялась 1. Это преобразование позволяет интерпретировать приспособленность как вероятность. Далее формируется кумулятивное распределение вероятностей, на основе которого генерируется случайное число в диапазоне от 0 до 1. Хромосома, соответствующая интервалу, в который попадает это случайное число, отбирается для формирования новой генерации. Этот процесс повторяется дважды для выбора двух хромосом, что позволяет создать новую пару хромосом для продолжения эволюционного процесса.

После выбора хромосом выполняется операция скрещивания путем выбора случайной точки в хромосомах и обмена генами после этой точки. Процесс скрещивания может застревать в локальных оптимумах. Для преодоления этой проблемы необходим «разрыв связей», который достигается с помощью операции мутации. В рамках этой операции ген выбирается случайным образом, и его значение изменяется. Гены часто представляются в виде битов, где каждый ген соответствует одному биту. В этом случае мутация заключается в небольшом случайном изменении положения гена в хромосоме.

После операций скрещивания и мутации генерируются две новые хромосомы. На заключительном этапе эти хромосомы включаются в новую популяцию. Новые хромосомы обычно принимаются в популяцию, если они превосходят по качеству своих родителей.

Завершающий этап генетических алгоритмов заключается в остановке итерационного процесса при достижении определенного критерия. Наиболее распространенным критерием остановки является количество итераций. Когда заданное число итераций выполнено, генетический алгоритм завершает свою работу.

Основная задача многопороговой сегментации найти оптимальные пороги, которые максимально точно разделят изображение на нужные сегменты. Поиск таких порогов — это задача оптимизации, которая может быть сложной из-за большого пространства возможных решений, особенно при большом количестве порогов. Для этого и применяется генетический алгоритм, который рассматривает набор порогов как индивидум (хромосому) и с помощью операций селекции, скрещивания и мутации ищет наиболее подходящие комбинации порогов, а функция приспособленности является критерием, по которому оценивается качество каждого набора порогов.

### **Экспериментальные исследования алгоритмов. Вычисление ROC-характеристики**

Экспериментальные исследования проводились с целью оценивания качества выделения объекта интереса на изображениях. Использовался набор изображений различного характера и формата. Пример одного из изображений представлен на рисунке 2.

Для определения правильности выделения был применён метод ROC-графика (Receiver Operating Characteristic – Рабочая характеристика приёмника). Методология ROC основана на теории статистических решений и была разработана в контексте электронного обнаружения сигналов и проблем с радарами в начале 1950-х годов. Кривые истинного и ложного выделения могут быть использованы для выбора рабочей точки, которая позволила бы обеспечить оптимальный баланс между положительным и ложноположительным результатами [9].

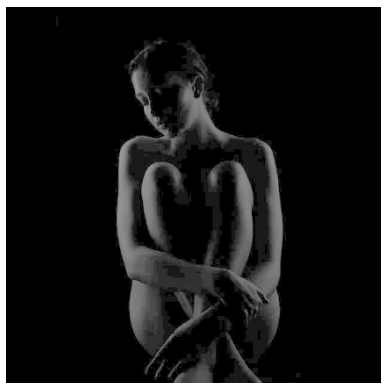


Рис. 2. Оригинальное изображение  
(контрастность -300, яркость +100)

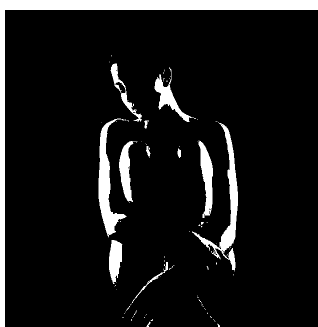


Рис. 3. Сегментированное изображение, метод Отцу (порог 7)

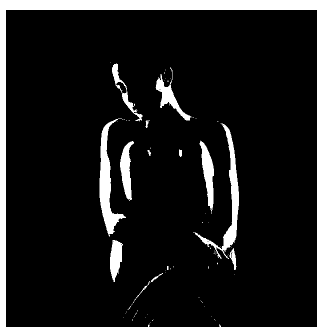


Рис. 4. Сегментированное изображение, метод Капура (порог 8)

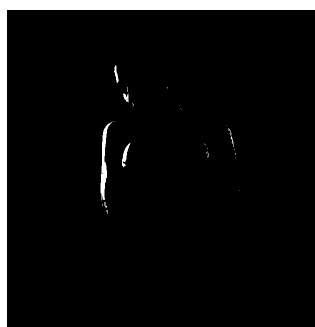


Рис. 5. Сегментированное изображение, метод Тсаллиса (порог 22)

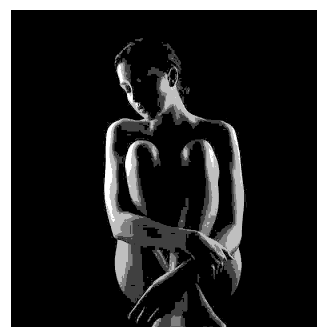


Рис. 6. Сегментированное изображение, генетический алгоритм (пороги 2 4 9 16)

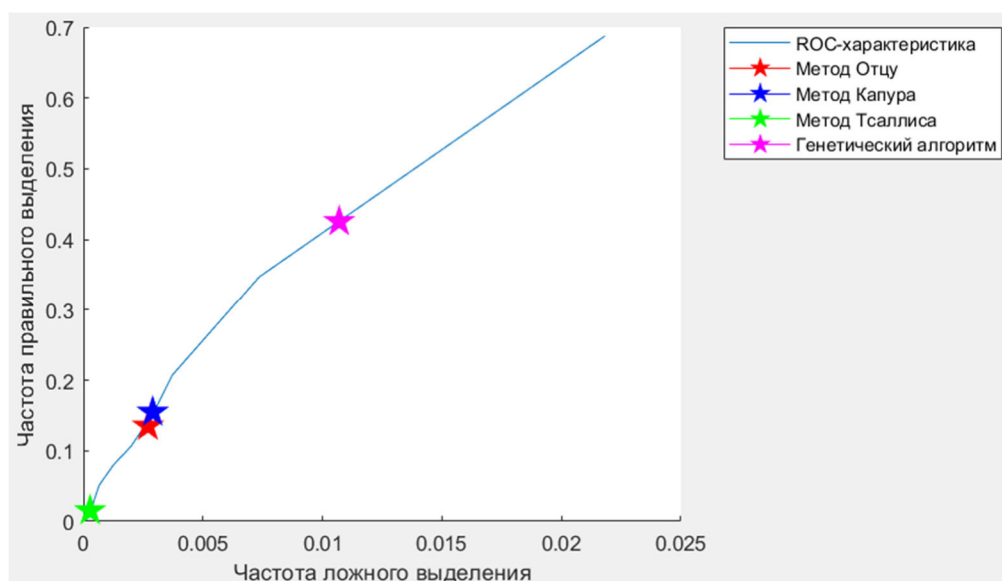


Рис. 7. ROC-характеристика с отмеченными маркерами разных методов

Результаты были сопоставлены двумя методами: визуальным и количественным. Для каждого сюжета (рис. 2) вручную создавались маски объектов, определялся порог сегментации по четырём методам (рис. 3-6), после чего определялись частоты правильного (TP – true Positive) и ложного выделения (FP – false Positive). График, отображающий зависимость TP от FP (рис. 7), помогает оценить качество выделения объектов: чем выше находится точка – тем выше значение правильного выделения, чем левее – тем ниже значение ложного выделения.

В ходе испытаний использовался набор малококонтрастных изображений, на которых нечётко выделен объект интереса (стенд). Результаты исследования, расчёт TP и FP представлены в таблице 1.

Таблица 1. Экспериментальное исследование алгоритмов сегментации

Изображение	Частоты выделения	Метод пороговой сегментации			
		Отцу	Капур	Тсаллис	Генетический алгоритм
1	TP	0,8973	0,1026	0,8703	0,8419
	FP	0,0528	0,0068	0,0499	0,056
2	TP	0,0066	0,0099	0,0116	0,7183
	FP	0,00027	0,000503	0,000701	0,0589
3	TP	0,9194	0,0344	0,8091	0,7013
	FP	0,0244	0,00019	0,0157	0,0267
4	TP	0,9164	0,2193	1	0,746
	FP	0,0357	0,0055	0,2673	0,0409
5	TP	0,5439	0,6459	1	0,694
	FP	0,0234	0,0292	0,245	0,0583
6	TP	0,0166	0,021	0,1717	0,7006
	FP	4,502e-05	6,548e-05	0,0043	0,0478
7	TP	0,045	0,1043	0,2046	0,8767
	FP	0,00026	0,00049	0,00069	0,1722

Ниже приведены графики частот правильного и ложного выделения. Можно заметить, что линия графика, соответствующая результатам генетического алгоритма, стремится к линии. Таким образом GA ищет оптимальные решения задач пороговой сегментации при разных параметрах контрастности и яркости по сравнению с классическими методами.

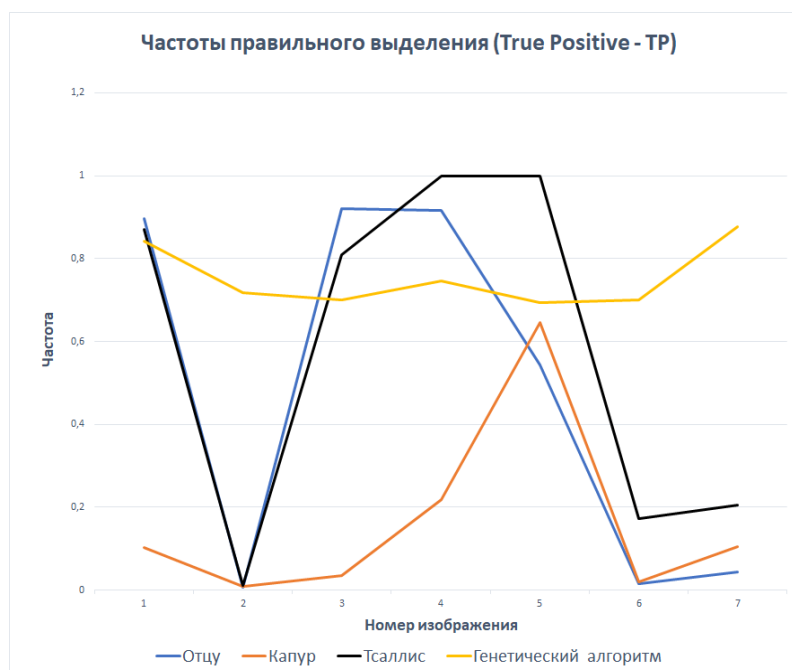


Рис. 8. График частот правильного выделения алгоритмов сегментации

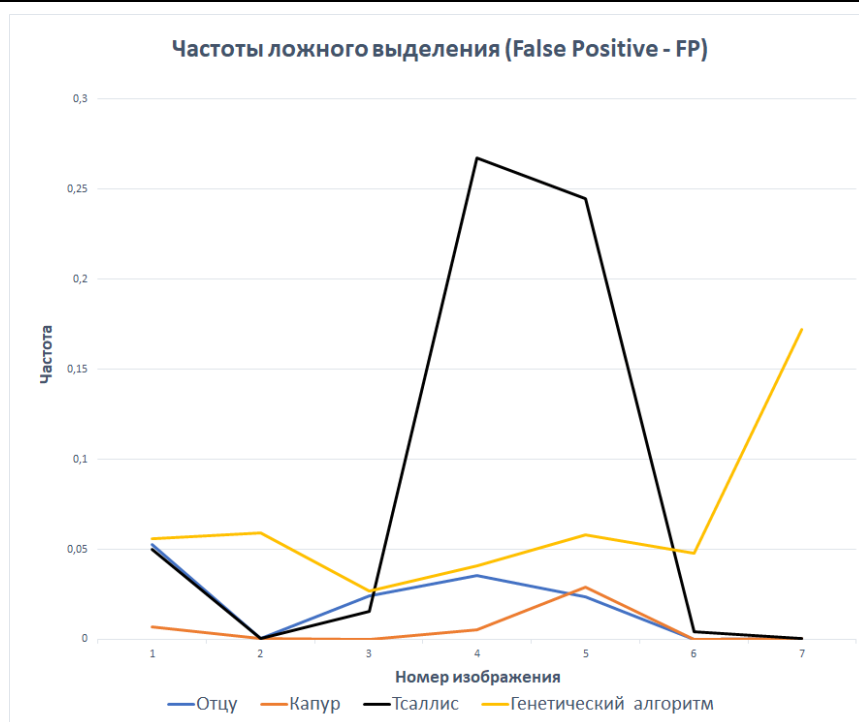


Рис. 9. График частот ложного выделения алгоритмов сегментации

Результаты данной выборки были усреднены и показаны на диаграмме на рисунке 10. Можно заметить, что самые высокие показания правильного выделения наблюдаются у генетического алгоритма.

Так как изображения включают шум и иные области с тем же уровнем яркости, что и основной объект интереса, то и показания FP будут увеличены. Для точности экспериментов необходима дополнительная обработка результатов сегментации на наличие включений и областей шума.

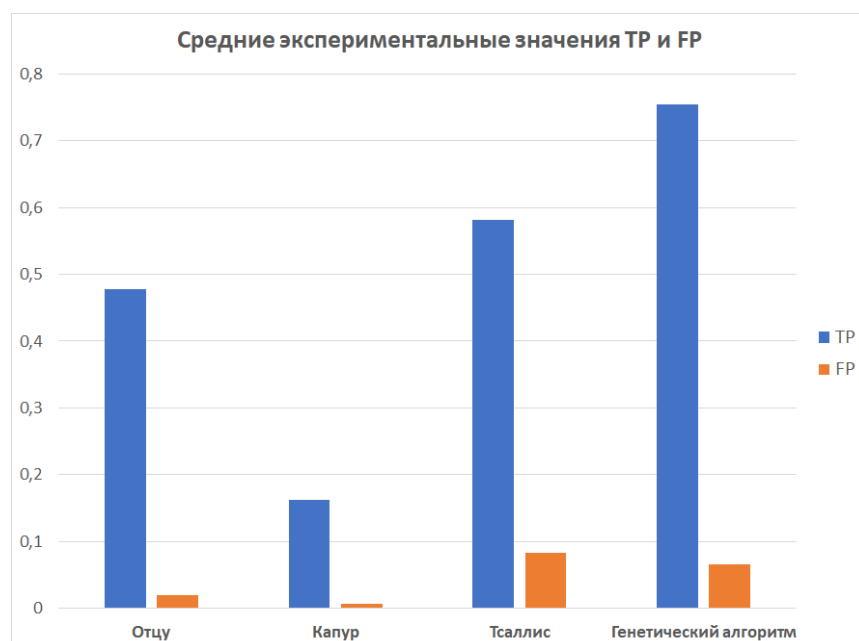


Рис. 10. Диаграмма усреднённых экспериментальных значений TP и FP

Оценка эффективности алгоритма требует комплексного подхода, учитывающего не только истинно положительные и ложноположительные результаты. Важно понимать, что простое сравнение по значениям может привести к некорректным выводам о качестве сегментации изображений.

Поскольку невозможно произвольно регулировать соотношение TP и FP, то необходимо использовать метрики, учитывающие ещё показатели FN (False Negatives — количество неправильно классифицированных отрицательных объектов) и TN (True Negatives — количество правильно классифицированных отрицательных объектов).

Accuracy (точность, правильность) — это метрика, которая показывает долю правильных классификаций от общего числа случаев [10]. Рассчитывается как отношение количества верно классифицированных объектов (как положительных, так и отрицательных) к общему количеству объектов по формуле

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (5)$$

Precision (точность) — это метрика, которая показывает, какая доля положительных предсказаний алгоритма действительно верна. Рассчитывается как отношение TP к сумме TP и FP:

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP} \quad (6)$$

Recall (полнота) — это метрика, которая показывает, какая доля действительно положительных объектов была корректно идентифицирована алгоритмом. Рассчитывается как отношение TP к сумме TP и FN:

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (7)$$

F1-метрика — гармоническое среднее между точностью (precision) и полнотой (recall). Это сбалансированная метрика для оценки моделей классификации, особенно в условиях несбалансированных данных, где один класс встречается гораздо чаще, чем другой. Высокое значение F1-score (близкое к 1) указывает на сбалансированную производительность: модель может одновременно достигать высокой точности и полноты.

$$F1 = \frac{2 * \text{precision} * \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}} \quad (8)$$

Результаты данной выборки были усреднены (табл. 2) и показаны на диаграмме (рис. 11). Можно заметить, что самые высокие показания наблюдаются у генетического алгоритма.

Таблица 2. Усреднённые значения метрик

Метрика	Метод Отцу	Метод Капура	Метод Тсаллиса	Генетический алгоритм
Accuracy	0,831771429	0,828714286	0,798742857	0,927642857
Precision	0,739757143	0,766885714	0,584042857	0,662385714
Recall	0,477885714	0,162485714	0,581042857	0,688928571
F1-score	0,429963302	0,208722784	0,411680505	0,596029788

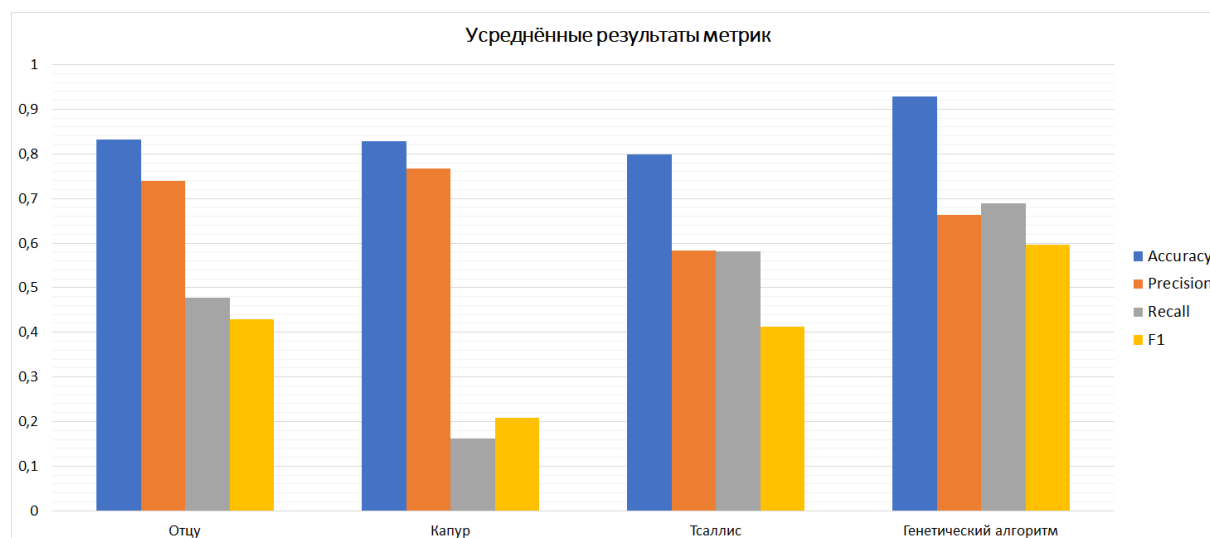


Рис. 11. Диаграмма усреднённых экспериментальных значений метрик



На основе полученных данных можно сделать вывод, что генетический алгоритм обеспечивает повышение качества сегментации по метрикам ассигасу на 11,53 % и по F1 на 38,62 % по сравнению с методом Отцу. Значения метрик precision и recall практически равны, из чего можно судить о том, что алгоритм демонстрирует сбалансированную работу между точностью и полнотой: хорошо избегает ложных срабатываний и эффективно обнаруживает большинство истинных положительных объектов.

Также нельзя не сказать о вычислительной сложности алгоритмов — ключевом аспекте при проектировании и создании программных алгоритмов, особенно при работе с большим объемом данных или выполнении вычислительно сложных операций. Понимание, как оценивать сложность алгоритмов, помогает принимать обоснованные решения в выборе алгоритмов и структур данных, а также оптимизировать производительность своих приложений. В таблице 3 представлены усреднённые затраты времени.

Таблица 3. Анализ вычислительной сложности алгоритмов

Размер изображения (px)	Затраченное время на обработку изображений, с			
	Метод Отцу	Метод Капура	Метод Тсаллиса	Генетический алгоритм
250×250	0,018451	0,022705	3,870947	0,069
640×640	0,019144	0,026152	31,719965	0,081
1024×1024	0,02907	0,034318	78,20478	0,097

На основе полученных данных можно сделать вывод, что генетический алгоритм демонстрирует значительно меньшую вычислительную сложность по сравнению с методом Тсаллиса, особенно при увеличении размера изображения. В данном случае алгоритм Тсаллиса настроен на изображения различного характера, если задавать точно предел изменяемого индекса энтропии  $q$  (см. формулу (4), то можно сократить время обработки в несколько раз. По сравнению с методами Отцу и Капура, генетический алгоритм имеет меньшую скорость обработки изображений, хотя разница не существенна.

Таким образом, можно сделать вывод, что генетический алгоритм пороговой сегментации изображений можно применять в обработке видеопоследовательностей в режиме реального времени, если камера будет снимать не более 10-12 кадров в секунду (зависит от разрешения камеры).

### Заключение

В ходе проведенного исследования был реализован алгоритм сегментации, проведены сравнительные исследования с классическими методами пороговой сегментации. Построены ROC-характеристики и графики частот правильного и ложного выделения. Рассчитаны некоторые метрики, характеризующие качество сегментации.

Применение сегментации с использованием генетического алгоритма (GA) продемонстрировало значительное улучшение качества выделения контрастных объектов интереса на рассматриваемой выборке изображений. Генетический алгоритм позволяет эффективно идентифицировать и разделять различные компоненты изображения, включая шум, объекты интереса и яркие блики. Это обеспечивает возможность целенаправленного выбора нужной части изображения, содержащей требуемый объект интереса.

В дальнейшем планируется расширение возможностей алгоритмов для улучшения качества сегментации; увеличение выборки, что позволит рассмотреть другие случаи дефектов качества изображений, включение постобработки результатов для повышения параметров правильного выделения.

### Список литературы

1. Буянкина Я.А., Бабаян П.В. Пороговые методы выделения объекта интереса на изображении на основе методов Отцу, Капура и Тсаллиса // Новые информационные технологии в научных исследованиях: материалы XXIX Всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. Рязань: ИП Коняхин А.В., 2024. 260 с. URL: <https://rsreu.ru/faculties/fvt/kafedri/saprvs/konferentsiya-nit/16380-item-16380>

2. Nobuyuki Otsu A. Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, vol. 1(9), pp. 62-66. DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4310076/authors#authors>
3. Amelia Carolina Sparavigna. On the Role of Tsallis Entropy in Image Processing. *International Scientific Research Journal*, 2015, vol. 1(6), pp. 16-24. DOI: 10.18483/IRJSci.79. Available at: <https://hal.science/hal-01352704v1>
4. P.D. Sathya, R. Kayalvizhi PSO-Based Tsallis Thresholding Selection Procedure for Image Segmentation. *International Journal of Computer Applications* (0975 – 8887), August 2010, vol. 5, no. 4, pp. 39-46. Available at: <https://www.ijcaonline.org/archives/volume5/number4/903-1279/>
5. K. Suresh Manic, R. Krishna Priya, V. Rajinikanth. Image Multithresholding based on Kapur/Tsallis Entropy and Firefly Algorithm. *Indian Journal of Science and Technology*, 2016, vol. 9(12), pp. 1-6. DOI: 10.17485/ijst/2016/v9i12/89949. Available at: <https://indjst.org/articles/image-multithresholding-based-on-kapurtsallis-entropy-and-firefly-algorithm>
6. Prem Kumar Kalra, Nirmal Kumar An automatic method to enhance microcalcifications using normalized Tsallis entropy. *Signal Processing*, March 2010, vol. 90, pp. 952-958. DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.09.012. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0165168409004034?via%3Dihub>
7. Omar Banimelhem, Yahya Ahmed Yahya. Multi-Thresholding Image Segmentation Using Genetic Algorithm. *Proceedings of the International Conference on Image Processing, Computer Vision, and Pattern Recognition (IPCV)*, 2011. Available at: <https://www.semanticscholar.org/paper/Multi-Thresholding-Image-Segmentation-Using-Genetic-Banimelhem-Yahya/589b57ba67ae9b87c256ec45ad36b36d89f110d5>
8. Yu W., Huang M., Zhu D., Li X. A Method of Image Segmentation Based on Improved Adaptive Genetic Algorithm. *Foundations of Intelligent Systems. Advances in Intelligent and Soft Computing*, vol 122. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. Available at: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-25664-6\\_60](https://doi.org/10.1007/978-3-642-25664-6_60)
9. Zweig M. H., Campbell G. Receiver-operating characteristic (ROC) plots: a fundamental evaluation tool in clinical medicine. *Clinical chemistry*, 1993, vol. 39, no. 4, pp. 561-577. DOI: 10.1093/clinchem/39.4.561. Available at: <https://doi.org/10.1093/clinchem/39.4.561>
10. Кугаевских А.В., Муромцев Д.И., Кирсанова О.В. Классические методы машинного обучения. СПб.: Университет ИТМО, 2022. 53 с. URL: <https://books.ifmo.ru/file/pdf/3075.pdf>