

УДК 378:004

DOI: 10.25686/978-5-8158-2474-4-2025-625-630

Алгоритм оценки точности совмещения изображений после компенсации проективного преобразования

Н. А. Ходаков, Е. С. Жгутова, П. В. Бабаян

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Рязань, Россия

Аннотация. Рассматривается проблема оценки ошибок совмещения изображений. Приводится подход для оценки параметров проективного преобразования. Предложены математическая модель и алгоритм расчёта корреляционной матрицы параметров, построенной на якобиане нелинейной модели. Разработано программное обеспечение (с использованием пакета MATLAB), позволяющее производить анализ для соответствия точка-точка. Полученные формулы позволяют строить карты дисперсии Dx , Dy и ковариации Kxy для каждого пикселя. Научная новизна заключается в том, что впервые аналитически исследовано влияние расположения опорных точек на точность оценки параметров проективных преобразований.

Ключевые слова: совмещение изображений, опорные точки, геометрические преобразования, стабилизация изображений, проективное преобразование, корреляционная матрица.

Algorithm for assessing the accuracy of image matching after projective transformation compensation

N. A. Khodakow, E. S. Zhgutova, P. V. Babayan

Ryazan State Radio Engineering University named after V. F. Utkin, Ryazan, Russia

Abstract. The issue of estimating image alignment errors has been addressed. An approach to estimating the parameters of a projective transformation has been proposed. A mathematical model and algorithm for calculating a correlation matrix of parameters based on a Jacobian nonlinear model have been presented. Software has been developed using the MATLAB package that allows for point-to-point correspondence analysis. The obtained formulas make it possible to construct maps of variance Dx , Dy , and covariance Kxy for each pixel. The scientific novelty of this work lies in the analytical investigation of the influence of reference point location on the accuracy of parameter estimation in projective transformations for the first time.

Keywords: image alignment, reference points, geometric transformations, image stabilization, projective transformation, correlation matrix.

Введение

Современные алгоритмы оценки параметров геометрических преобразований демонстрируют неплохие результаты, однако в силу различных ограничений, которые накладываются областью применения в каждом конкретном случае, ошибки оценивания параметров всё равно присутствуют [1, 2]. Во многих исследованиях влияние этих ошибок полагается незначительным либо (также в качестве упрощения) считается, что статистические характеристики ошибок постоянны для всего кадра или не зависят от расположения опорных участков. Степень корректности этих предположений зависит от множества факторов.

Во многих задачах компьютерного зрения возникает необходимость совмещения изображений, полученных с различных ракурсов, то есть претерпевающих геометрические искажения. Для того чтобы скомпенсировать такие искажения, требуется оценить их параметры [3]. Анализ литературных источников выявляет три ключевых подхода к оценке этих параметров:

- глобальные методы, требующие полного попиксельного сравнения изображений;
- локальные методы, основанные на сопоставлении структурных элементов;
- нейросетевые подходы, использующие свёрточные архитектуры.

Сравнение этих подходов позволяет сделать вывод о том, что на сегодняшний день не существует методов, которые давали бы существенный выигрыш в качестве работы, скорости, аппаратной реализации и др. Однако целесообразным оказывается оценка параметров преобразований на основе выбора опорных элементов/точек.

Несмотря на разнообразие существующих методов оценки параметров преобразования, возникает необходимость более тщательной проработки вопросов, связанных с чувствительностью таких

алгоритмов к структуре опорных элементов и характеру преобразования. Это становится особенно актуальным при переходе от простых случаев — таких как параллельный сдвиг или поворот — к более сложным моделям отображения, включающим перспективные искажения.

Постановка задачи

Для улучшения различных характеристик работы многих алгоритмов, использующих совмещение изображений, может быть применена оценка статистических характеристик точности совмещения. В наших работах [2, 3] были представлены алгоритмы и программы, позволяющие получить такие оценки для каждого пикселя изображения. Однако полученные результаты могут быть применены лишь в ограниченном числе случаев. Алгоритм и программное обеспечение, представленные в работе [2] могут компенсировать различные виды геометрических преобразований, которые включают:

- аффинное;
- подобия;
- евклидово;
- билинейное.

Однако все они являются линейными, что позволяет применить для их анализа общий подход. Среди них нет проективного преобразования, которое является одним из самых востребованных в системах компьютерного зрения, так как позволяет наиболее точно описывать искажения, которые претерпевает изображение при смене положения камеры.

Основной проблемой для описания статистических характеристик точности совмещения изображений при компенсации проективного преобразования является нелинейность самого преобразования. В данной работе предлагается алгоритм, решающий эту задачу и позволяющий получить оценки точности.

Пусть известны координаты опорных точек на исходном (x_i, y_i) и на текущем (x'_i, y'_i) изображениях. Между изображениями существует проективное преобразование, то есть опорные точки связаны уравнениями

$$\begin{aligned} x'_i &= \frac{h_1 x_i + h_2 y_i + h_3}{h_7 x_i + h_8 y_i + 1}, \\ y'_i &= \frac{h_4 x_i + h_5 y_i + h_6}{h_7 x_i + h_8 y_i + 1}, \end{aligned}$$

где $h_i, i = 1 \dots 8$ — параметры проективного преобразования.

Требуется:

1. Найти оценку вектора параметров $\mathbf{h} = [h_1 \dots h_8]^T$.
2. Получить корреляционную матрицу \mathbf{K}_h (8×8).
3. Построить по ней карты дисперсии и ковариации для каждого пикселя.

Теория

1. Математическая модель и якобиан

Для того чтобы описать, какое преобразование было применено к каждой из N опорных точек, зададим N вектор-функций вида

$$f_i(\mathbf{h}) = \begin{pmatrix} \frac{h_1 x_i + h_2 y_i + h_3}{h_7 x_i + h_8 y_i + 1} \\ \frac{h_4 x_i + h_5 y_i + h_6}{h_7 x_i + h_8 y_i + 1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \end{pmatrix} = f_i(\mathbf{h}) + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_{2N})$ — некоррелированный шум с единичной дисперсией (далее $\sigma^2 = 1$), I_{2N} — единичная матрица размерности $2N \times 2N$.

Для описания чувствительности этих функций к ошибкам определения параметров преобразования используется якобиан относительно \mathbf{h} :

$$J_{xy}(\mathbf{h}) = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{xx'}{D} & -\frac{yx'}{D} \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -\frac{xy'}{D} & -\frac{yy'}{D} \end{pmatrix}, \quad D = h_7x + h_8y + 1.$$

Такое описание для всех пар соответствующих друг другу точек может быть представлено в виде глобального якобиана, который имеет вид

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1^T; \dots; \mathbf{J}_N^T],$$

а его размерность равна $2N \times 8$.

2. Ковариационная матрица параметров

Пусть $\hat{\mathbf{h}}$ — оценка максимального правдоподобия, то есть

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} \sum_{i=1}^N \left\| \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \end{pmatrix} - f_i(\mathbf{h}) \right\|^2.$$

Она может использоваться для компенсации перспективных искажений на изображении. Для получения ковариационной матрицы преобразование (1) необходимо линеаризовать. Произведём это посредством разложения в ряд Тейлора. Разложение будет выполняться в окрестности точки $\hat{\mathbf{h}}$ до первого порядка:

$$f_i(\mathbf{h}) \approx f_i(\hat{\mathbf{h}}) + \mathbf{J}_i(\hat{\mathbf{h}})(\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}).$$

Для удобства дальнейшего анализа соберём вектор из тождеств для всех опорных точек:

$$\mathbf{z} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{h}}) + \mathbf{J}(\hat{\mathbf{h}})(\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}) + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

Простыми преобразованиями можно привести модель к виду

$$\mathbf{y} = \mathbf{z} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{h}}) = \mathbf{J}(\hat{\mathbf{h}})(\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}) + \boldsymbol{\varepsilon},$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}(\hat{\mathbf{h}})\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}},$$

для которого удобно получить оценку $\boldsymbol{\delta}$ (обозначим её как $\hat{\boldsymbol{\delta}}$) методом наименьших квадратов (сократим запись, полагая $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\hat{\mathbf{h}})$):

$$\hat{\boldsymbol{\delta}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{y}.$$

Пользуясь теоремой Гаусса-Маркова для линейной регрессии

$$\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = \sigma^2 (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1}$$

и принимая $\sigma^2 = 1$, получим ковариационную матрицу системы

$$\mathbf{K}_h = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1}.$$

3. Визуализация ошибки совмещения

Зная, как оценивать \mathbf{K}_h , можно получить значения дисперсий D_x , D_y и их ковариации K_{xy} для любого пикселя изображения (и даже за его пределами, так как в оценке не учитываются размеры изображения). Для получения карт точности совмещения изображений используется якобиан $J_{xy}(2 \times 8)$.

$$\mathbf{K}_z(x, y) = J_{xy} \mathbf{K}_h J_{xy}^T = \begin{pmatrix} D_x(x, y) & K_{xy}(x, y) \\ K_{xy}(x, y) & D_y(x, y) \end{pmatrix}.$$

Остаётся только выполнить расчёт для каждого пикселя, который входит в область интереса. В качестве оптимизации можно проводить расчёт не для каждой точки изображения, а в узлах квадратной сетки с тем большим шагом, чем сильнее требования к быстродействию и чем слабее требования к точности.

Программное обеспечение для оценивания точности совмещения изображений

Авторы данной статьи продолжают исследование, начатое в [5-7]. Используется модифицированное программное обеспечение, представленное в [5], доработанное для работы с проективным преобразованием.

Разработанная программа позволяет оценивать параметры проективного преобразования и производить совмещение изображений по опорным точкам, которые в экспериментах расставляются вручную. Также программа позволяет получать карты точности совмещения, построенные на основе математической модели и алгоритма, изложенных выше. Есть возможность визуализировать их как в виде контурных диаграмм, так и в виде трёхмерных графиков.

Результаты экспериментов

Экспериментальное исследование проводилось с целью сравнения точности оценки параметров проективного преобразования при различном расположении опорных точек на изображениях. Основываясь на результатах предшествующих исследований [4-7], было выдвинуто предположение о том, что точность будет выше, если точки равномерно распределены по изображению, и ниже, если сконцентрированы в какой-либо локальной области (в экспериментах точки ставились в пределах левой верхней четверти изображения).

Выбранное для опыта изображение имело размер 809×543 пикселя. На рисунке 1, *а* представлен кадр, который считается исходным. На рисунке 1, *б* — искажённое проективным преобразованием исходное изображение, которое считается текущим.



Рис. 1. Сюжет для экспериментов: *а* — исходный кадр; *б* — преобразованный

Эксперимент проводился для каждого варианта выбора области расположения опорных точек. Рассчитывались коэффициенты преобразования для переноса исходного изображения в систему координат текущего и корреляционная матрица ошибок (σ_z^2 принималась равной 1), по которой строились карты точности совмещения изображений.

Корреляционная матрица K_z для каждого эксперимента представлена ниже.

При равномерном расположении точек:

0	0	-0.0044	0	0	-0.0048	0	0
0	0	-0.0071	0	0	-0.0033	0	0
-0.0044	-0.0071	1.9575	0	-0.0078	0.8614	0	0
0	0	0	0	0	-0.0015	0	0
0	0	-0.0078	0	0.0001	-0.0080	0	0
-0.0048	-0.0033	0.8614	-0.0015	-0.0080	1.7371	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Точки расположены только в левом верхнем углу изображения:

0.0012	-0.0001	-0.0231	0.0004	0.0004	-0.0405	0	0
-0.0001	0.0001	-0.0078	-0.0001	0.0002	-0.0126	0	0
-0.0231	-0.0078	2.2350	-0.0041	-0.0158	1.3107	0	0
0.0004	-0.0001	-0.0041	0.0002	0.0001	-0.0138	0	0
0.0004	0.0002	-0.0158	0.0001	0.0007	-0.0546	0	0
-0.0405	-0.0126	1.3107	-0.0138	-0.0546	5.7684	-0.0001	-0.0001
0	0	0	0	0	-0.0001	0	0
0	0	0	0	0	-0.0001	0	0

Значения элементов матриц демонстрируют, что во втором случае ошибки выражены значительно сильнее.

На рисунке 2 представлены карты точности совмещения, представляющие значения дисперсии по координате Y для каждой точки изображения: a — для первого эксперимента; b — для второго. По шкале справа от каждого графика можно определить предельные значения дисперсии и оценить, насколько точно произведено совмещение. Из рисунков видно, что в первом эксперименте разброс значений дисперсии меньше на несколько порядков.

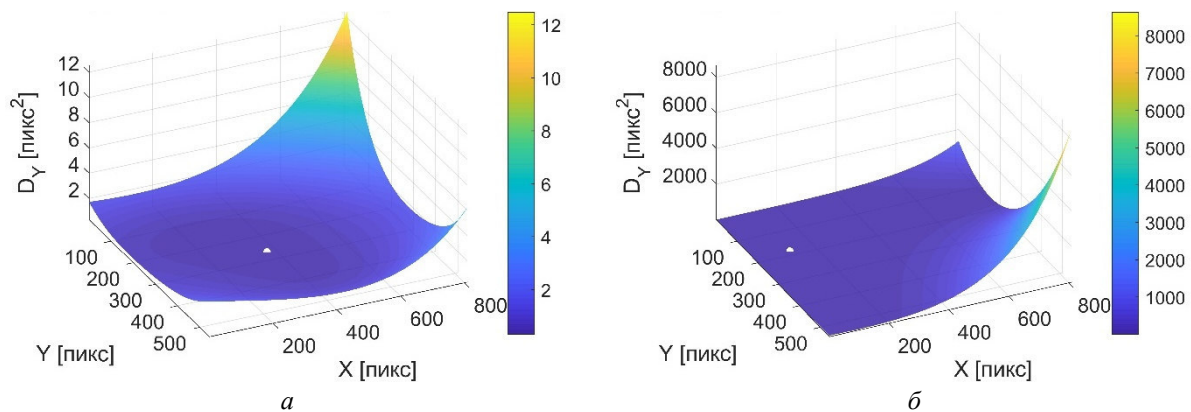


Рис. 2. Значение дисперсии по оси Y в каждой точке изображения:
 a — для первого эксперимента; b — для второго эксперимента

Проведённые эксперименты показывают зависимость точности оценки параметров изображений от характера области расположения опорных точек, что подтверждает выдвинутую гипотезу. Для лучшего совмещения изображений необходимо добиваться расположения опорных точек равномерно по всей площади кадра, отдавая предпочтение тем позициям, в которых точки находятся как можно дальше друг от друга.

Для того чтобы однозначно оценить параметры проективного преобразования, требуются, как минимум, четыре опорные точки. Для избежания получения тривиальных результатов в проведённых экспериментах их устанавливалось по пять для каждого варианта размещения.

Выводы

В наших предшествующих работах [4-7] было показано, что точность оценивания параметров линейных геометрических преобразований локальными методами в первую очередь зависит от расположения опорных точек. Проведённые эксперименты показывают, что то же верно и для проективного преобразования, которое является нелинейным. Лучших результатов удаётся добиться, располагая опорные элементы таким образом, чтобы они отстояли друг от друга на как можно большее расстояние и покрывали как можно большую площадь.

В работах [4-7] указывается, что точность оценки параметров во многих случаях может быть повышена посредством увеличения количества опорных точек. Однако добиться таким способом точного совмещения изображений будет невозможно, если все опорные точки сконцентрированы в небольшой области изображения.

Полученные результаты могут быть использованы для улучшения работы алгоритмов, основанных на совмещении изображений или требующих совмещения для получения более корректных результатов (например, для обнаружения изменений сцен и выделения движущихся объектов). Информация о величине ожидаемой ошибки может использоваться при интерпретации результатов, полученных такими алгоритмами, отсеивая ложные срабатывания.

Список литературы

1. Object-Based Change Detection of Very High-Resolution Images by Fusing Pixel-Based Change Detection Results Using Weighted Dempster–Shafer Theory / Y. Han, A. Javed, S. Jung, S. Liu // *Remote Sens*, 2020. 12. 983. <https://doi.org/10.3390/rs12060983>
2. Babayan P.V., Kozhina E.S. A Study of the Automatic Object Extraction Algorithm on the Image Sequence Under Scaling Transformations // 2023 25-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA). IEEE, 2023. P. 1-4.
3. Обработка изображений в системах обнаружения и сопровождения объектов. Классические методы / П.В. Бабаян, С.А. Смирнов, В.С. Муравьев, В.В. Стротов. М.: Горячая линия – Телеком, 2024. 168 с.
4. Жгутова Е.С., Бабаян П.В. Алгоритмы и программное обеспечение для оценки точности совмещения изображений // GraphiCon-2024: материалы 34-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению (Россия, Омск, 17–19 сент. 2024 г.) / Ом. гос. техн. ун-т ; редкол.: Е. В. Любчинов (отв. ред.) [и др.]. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2024. С. 484-490. DOI: 10.25206/978-5-8149-3873-2-2024-484-490
5. Бабаян П.В., Кожина (Жгутова) Е.С. Влияние точности оценивания координат опорных участков на точность совмещения изображений // GraphiCon-2023: труды 33-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению (Москва, 19–21 сент. 2023 г.). М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2023. С. 474-481. DOI: 10.20948/graphicon-2023-474-481
6. Бабаян П.В., Кожина (Жгутова) Е.С. Влияние точности оценивания координат опорных участков на точность совмещения изображений в системах дистанционного зондирования Земли // 8-я международная научно-техническая конференция «В.Ф. Уткин – 100 лет со дня рождения. Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика»: материалы докладов / Рязан. гос. радиотехн. университет им. В.Ф. Уткина. Рязань, 2023. С. 360-363. ISBN 978-5-7722-0388-0
7. Babayan P.V., Kozhina (Zhgutova) E.S. Estimation of the Accuracy of Determining the Parameters of Affine Transformations // 2024 26th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA). IEEE, 2024. P. 1-5. DOI: 10.1109/DSPA60853.2024.10510022