

УДК 004.9, 620.1, 621.7

DOI: 10.25686/978-5-8158-2474-4-2025-374-384

Оценка корректного восстановления технологии штамповки при помощи инструментов цифрового проектирования и моделирования

М. А. Петров, Е. В. Крутина, М. А. Р. Баходирий

Московский политехнический университет, кафедра «Обработка материалов давлением и аддитивные технологии», Москва, Россия

Аннотация. Метод разработки и улучшения технологии может быть реализован на основании имеющегося готового изделия, реализуя методику обратного (реверсивного) инжиниринга. В статье рассмотрено поэтапное восстановление технологии неизвестной поковки, напоминающей деталь типа «Фиттинг» или элемент трубопроводной арматуры, изготовленной на гидравлическом прессе с сервоуправлением. Выполнено определение марки материала, создана геометрическая копия поковки и подготовлен деформирующий инструмент для численного моделирования процесса в различных постановках задачи, определены силовые показатели процесса. Предложена таблица объективной шкалы оценки и контроля корректности разрабатываемой технологии.

Ключевые слова: обратное проектирование, CAD-CAE-CAI, МКЭ, корректность технологии, D16, 3D-сканер

Assessment of metal forming technology reconstruction using digital tools for design and simulation

M. A. Petrov, E. V. Krutina, M. A. R. Bakhodiriy

Moscow Polytechnic University, Department "Material Forming & Additive Technologies", Moscow, Russia

Abstract. The method of development and technology improvement can be carried out based on the existing (hemi) finished part, implementing the technique of reverse engineering. The paper considers the step-by-step technology reconstruction of an unknown forging, similar to a "Fitting" or a pipeline element manufactured on a hydraulic press with servo control. The material grade was determined, a geometric twin of the forging was created and a forming tool was prepared for numerical process simulation for several various problem formulations. The force characteristics of the process were determined. A table of an objective scale for assessing and monitoring the correctness of the technology have been developed as well.

Keywords: reverse engineering, CAD-CAE-CAI, FEM, correctness of technology, AA 2024, 3D-scanner

Введение

Изготовление новых деталей для перспективных изделий подразумевает выполнение ряда конструкторских и технологических работ. Интенсивное развитие изделий имеет недостаток, заключающийся в утрате технологической информации, необходимой для изготовления конкретной детали. Необходимость восстановления утраченной технологии приводит к появлению различных вариантов производственных технологий. В конечном итоге вместо разработки технологии инженерам и исследователям приходится заниматься инженерной археологией, целью которой является выбор и обоснование правильного варианта реализации утраченной технологии изготовления детали изделия, подготовкой конструкторской документации. Наиболее целесообразным инструментом в этом случае является не экспериментальный метод «проб и ошибок», а виртуальное проектирование, включающее проектирование геометрии, выбор материала и технологическое моделирование. В современном технологическом укладе преимущества разработки цифрового прототипа детали являются неоспоримыми, а используемые для этого инструменты хорошо зарекомендовали себя. Под инструментами в данном случае подразумеваются программные средства и программно-аппаратные комплексы, работающие с гарантированной точностью.

Работы по разработке конструкторской документации на основе имеющейся детали получили название обратное проектирование или реверсивный инжиниринг [1–4]. Ошибочным является мнение о том, что знания исследователя и инженера в этом случае являются поверхностными. Наоборот, объём знаний удваивается, так как прежде чем ввести информацию в компьютер, её выбор необходимо обосновать, в противном случае введённая некорректная информация приведёт к получению

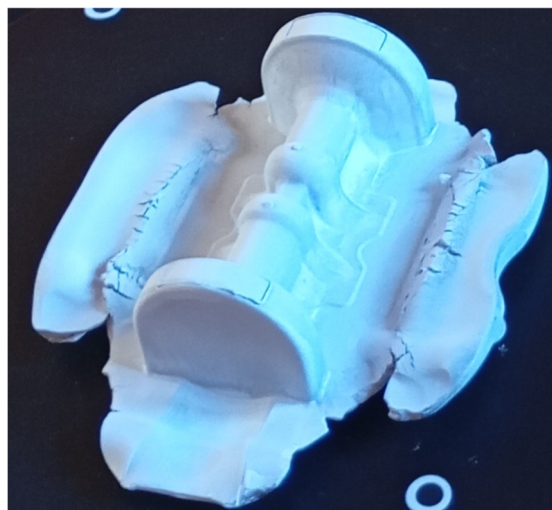
некорректных результатов и затянет разработку конструкторской документации. Подход обратного проектирования является многоуровневым, включающим не только копирование геометрии детали [5–7], но и улучшение технологии, позволяющей её изготовить [8–11].

Постановка задачи

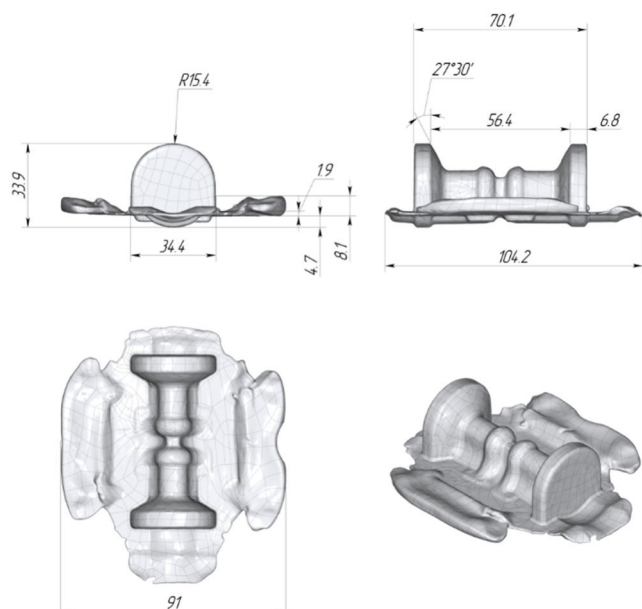
Объектом исследования является поковка, выполненная из деформируемого алюминиевого сплава Д16, имеющая полезную часть, используемую для получения требуемой детали, и излишек металла (облой), удаляющийся операцией обрезка или механическим способом при помощи фрезерования. Химический состав был определён при помощи портативного спектрометра Melytec ED4 (JPSpec, КНР) и базы данных материалов, результаты измерения представлены в таблице 1. Также известно, что поковка получена на гидравлическом прессе с сервоуправлением. Отсутствует информация о том, выполнялась деформация в горячем или холодном состоянии. Исходя из этого численное моделирование технологического процесса выполнялось для условий холодной и горячей деформации. Общий вид и чертёж поковки представлены на рисунке 1а. Опорные размеры были получены по контактной технологии прямого измерения с использованием цифрового штангенциркуля (точность 10 мкм), а общая топология поверхности определялась бесконтактной технологией обратного проектирования с использованием системы на основе структурированного инфракрасного подсвета RangeVision Neopoint v1 (заявленная точность 50 мкм). Исходной заготовкой под штамповку является цилиндрическая заготовка из прессованного прутка с наиболее подходящим диаметром, согласно размерному ряду по ГОСТ 21488-97, высота которой определялась по объёму полученной 3D-модели. Контрольным показателем являлась масса поковки, определявшаяся с точностью до грамма на электронных весах.

Таблица 1. Химический состав сплава Д16

Элемент	%	Элемент	%
Al	89,48	Ni	0,2004
Cu	3,07	Cr	0,0654
Si	1,503	Mn	0,0227
Fe	0,2344		



а) исходная поковка (после матирования)



б) результат 3D-сканирования

Рис. 1. Общий вид поковки (а), 3D-модель и чертёж поковки с указанием габаритных размеров (б)

Целью исследования является получение корректной, обоснованной технологии штамповки изучаемой детали. Обозначенная цель достигается выполнением следующих задач: 1) геометрическое

проектирование инструмента по поковке; 2) выбор математического описания материала; 3) численное моделирование технологии штамповки для выбранного температурного диапазонаковки и штамповки; 4) сравнение полученных результатов численного моделирования с результатами 3D-сканирования и построение карты отклонений геометрических размеров; 5) введение условной оценочной шкалы по наиболее важным критериям оценки.

Геометрическое моделирование

Рассматриваемая поковка имеет сложный геометрический профиль, воссоздать который является непростой задачей. Наиболее правильным способом получения информации об объекте будет являться бесконтактное 3D-сканирование и контроль точек, определяющих наиболее значимые размеры, например, габаритные.

Результатом 3D-сканирования являются отдельные сканы, представляющие собой облака точек, на основе которых с помощью разных алгоритмов строится полигональная сетка (ПС). Для корректного получения ПС предварительно выполняется поиск нормалей в каждой точке к предполагаемой поверхности. Неправильное направление нормали приводит к существенному искажению ПС. На рисунке 2 показаны варианты построения ПС в программе MeshLab. Рабочий вариант ПС для дальнейшего проектирования деформирующего инструмента был подготовлен в программе RV 3D Studio, в которой для создания ПС применяется алгоритм Пуассона. Контроль правильности построения ПС выполнялся в программе Geomagic Wrap. Итоговая модель насчитывала 269897 треугольных элементов (фасеток) и 134957 точек (вершин). На следующем шаге ПС была представлена в точных поверхностях, а результат экспортирован в формат твердотельной модели *.step. Последующая работа по проектированию инструмента выполнялась в программе T-Flex CAD инструментами твердотельного и поверхностного моделирования, в которой были спроектированы пуансон, матрица, боковые плунжеры и рассчитаны заготовки.

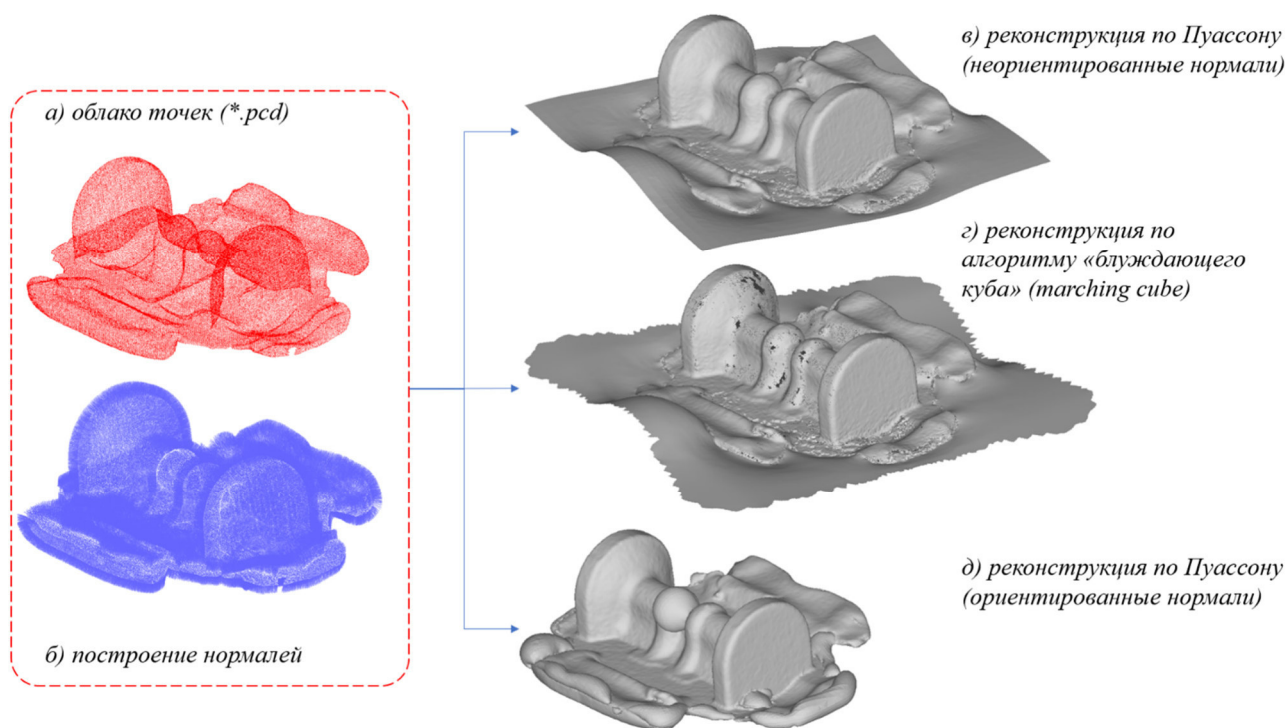


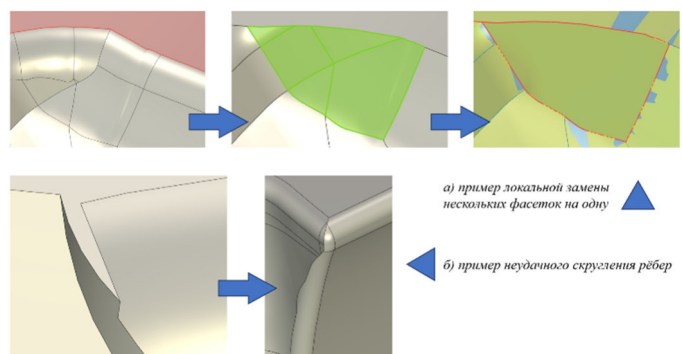
Рис. 2. Особенности построения ПС

При построении опорных поверхностей, относительно которых выполнялось построение деформирующего инструмента, было проведено предварительное выравнивание поковки относительно базовой плоскости (БП) в глобальной системе координат, а затем построены плоскости. Выбор плоскости построения инструмента выполнялся сравнением углов отклонений плоскостей (α),

построенных в САД-программе на верхней и нижней гранях облоя (индексы «верх» и «низ» соответственно) в области облойного мостика, с учётом направления перемещения деформирующего инструмента в САЕ-программе. Построение плоскостей на гранях выполнялось по трём произвольным точкам, образованными узлами полигональной сетки (α_3 -УПС), а также по одной точке и условию параллельности базовой горизонтальной плоскости (α_1 -УПС_БП). В таблице 2 представлены результаты определения углов между плоскостями, а также массы поковки (М). Расстояние между плоскостями с индексами «1-УПС_БП_верх-низ» составляло 1,495 [мм]. Эта величина была принята за толщину облойного мостика. Наиболее подходящими плоскостями являются плоскости с минимальными значениями углов. Для построения инструментов была выбрана средняя плоскость, располагающаяся между плоскостями с индексами «1-УПС_БП_верх/низ». Дальнейшие корректировки геометрии выполнялись при помощи инструментов твердотельного моделирования. Следует отметить, что были выявлены участки с наложением фасеток. Для исправления геометрии такие участки удалялись с последующим затягиванием области по криволинейному закону. Перед технологическим моделированием выполняется скругление рёбер. Некоторые рёбра не скруглялись, так как это приводило к появлению более мелких рёбер, затрудняющих подготовку КЭ-сетки в САЕ-программе.

Таблица 2. Определение углов наклона плоскостей, массы и критических элементов геометрии

Показатель	Ед. измерения	Значение
α_3 -УПС_верх-низ	[град]	1,023
α_3 -УПС_верх_1-УПС_БП_верх		0,403
α_3 -УПС_низ_1-УПС_БП_низ		0,664
α_3 -УПС_верх_БП		0,403
α_3 -УПС_низ_БП		0,664
М _{весы}	[кг]	0,1350
М _{САД}		0,1368



Общая ошибка геометрического моделирования ($\Delta_{\text{Гм}}$) может быть представлена в виде суммы ошибок реконструкции модели на разных этапах:

- 3D-сканирования ($\Delta_{\text{ск}}$), включает оптическую ошибку устройства сканирования ($\Delta_{\text{ус}}$), связанную с разрешением матрицы 3D-сканера, ошибку, связанную с неравномерным матированием поверхности ($\Delta_{\text{м}}$) и, соответственно, отсутствием информации о плохо видимой 3D-сканером области, ошибку финального совмещения ($\Delta_{\text{фс}}$), связанную с начальной калибровкой 3D-сканера ($\Delta_{\text{нк}}$) и промежуточной точностью совмещения сканов в ручном ($\Delta_{\text{срр}}$) и автоматическом ($\Delta_{\text{сар}}$) режимах);
- построения ПС ($\Delta_{\text{пс}}$) (ошибка объединения фасеток ($\Delta_{\text{оф}}$), закрытие отверстий ($\Delta_{\text{зо}}$)).

Ошибки матирования, начальной калибровки, а также ручного совмещения сканов можно отнести к категории человеческого фактора ($\Delta_{\text{чф}}$). Общая ошибка может быть представлена уравнением (1).

$$\Delta_{\text{Гм}} = \Delta_{\text{ск}} + \Delta_{\text{пс}}, \quad (1)$$

где $\Delta_{\text{ск}} = \Delta_{\text{ус}} + \Delta_{\text{м}} + \Delta_{\text{фс}}$; $\Delta_{\text{фс}} = \Delta_{\text{нк}} + \Delta_{\text{срр}} + \Delta_{\text{сар}}$; $\Delta_{\text{пс}} = \Delta_{\text{оф}} + \Delta_{\text{зо}}$; $\Delta_{\text{чф}} = \Delta_{\text{м}} + \Delta_{\text{нк}} + \Delta_{\text{срр}}$.

Гарантированная ошибка устройства сканирования определяется производителем системы и составляет по спецификации 50 [мкм]. Значение ошибки, вызванной человеческим фактором, требует анализа. Так, для неравномерного матирования поверхности оценку можно провести по отсутствующей геометрической информации, отнесённой к общей площади поверхности. На рисунке 3 показана область поковки с явным искажением геометрии (область 3). Общая площадь поверхности составляет 19934,97 [мм³], из которых 29,25 [мм³] отводится на интересующую область, что составляет ~0,15%. Кроме того, на ПС отсутствуют трещины, что указывает на неполноту собранной информации. Такая степень детализации не требуется при проектировании поковки, поэтому можно считать, что матирование было выполнено на достаточном уровне. Величина ошибки ручного и автоматического совмещения составила 0,261 [мм], а ошибка начальной калибровки – не превышает 50 [мкм]. Ошибка при финальном совмещении составила 0,14 [мм]. Данная величина представляет собой

среднеквадратичное отклонение точек одного скана до ближайших к ним точек другого совмещаемого скана. Значение ошибки построения ПС при высокой и средней детализации, как правило, весьма мала. При большом значении ошибки этого типа геометрия сильно искажается, что отчётливо проявляется на результате. Чтобы определить её, необходимо построить карту отклонения геометрических размеров (КОГР) для всего рассматриваемого объёма. Так как сложные поверхности описываются с помощью сплайнов, получение точных измерений при помощи контактной техники (штангенциркуль, линейка и т.д., ошибка которых составляет $\frac{1}{2}$ цены деления прибора) теряет смысл. Однако качество перевода полигональной модели в твердотельную может иметь смысл. Так, результат сравнения модели поковки с обломом, полученный в программе GOM Inspect, после 3D-сканирования и конвертации в твердотельную модель с целью дальнейшей разработки инструмента представлен на рисунке 4. Видно, что отклонение почти всей поверхности лежит в интервале значений ± 20 [мкм]. Имеются локальные области, где отклонения достигают значений ± 50 мкм, сопоставимых с заявленной точностью системы 3D-сканирования. Таким образом, величина ошибки геометрического преобразования моделей не превышает 50 [мкм].

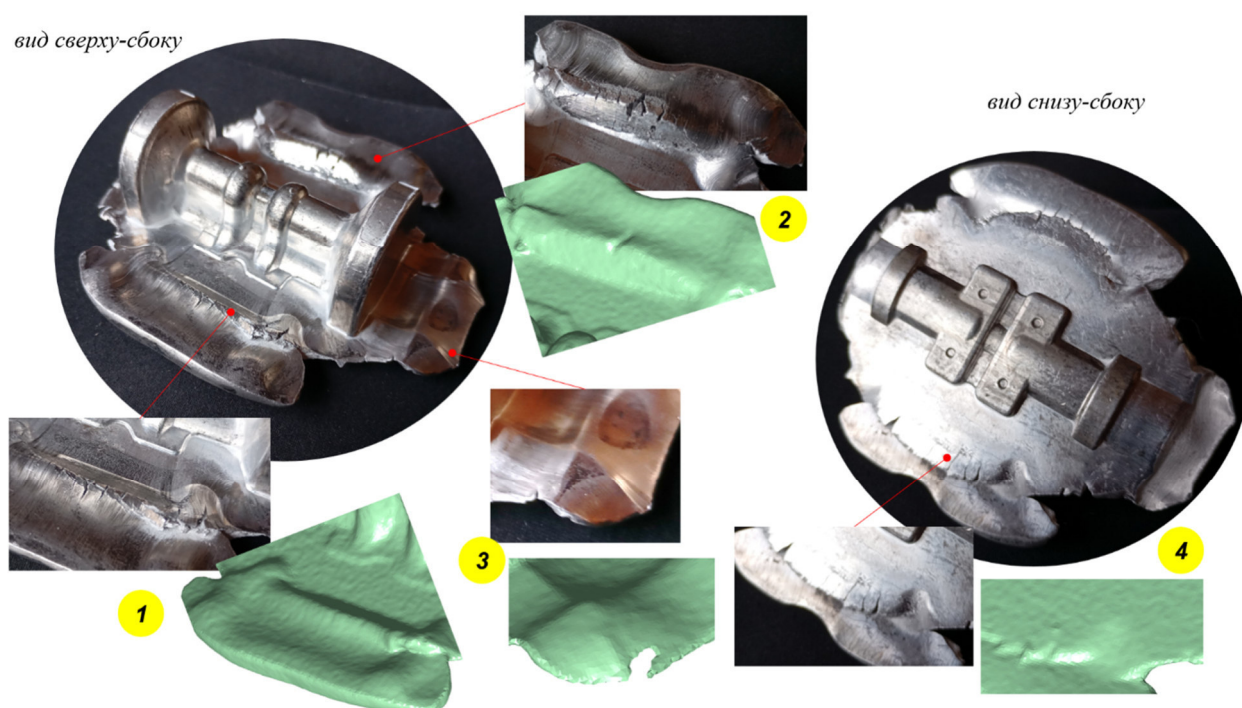


Рис. 3. Сравнение локальных несоответствий в модели геометрии поковки

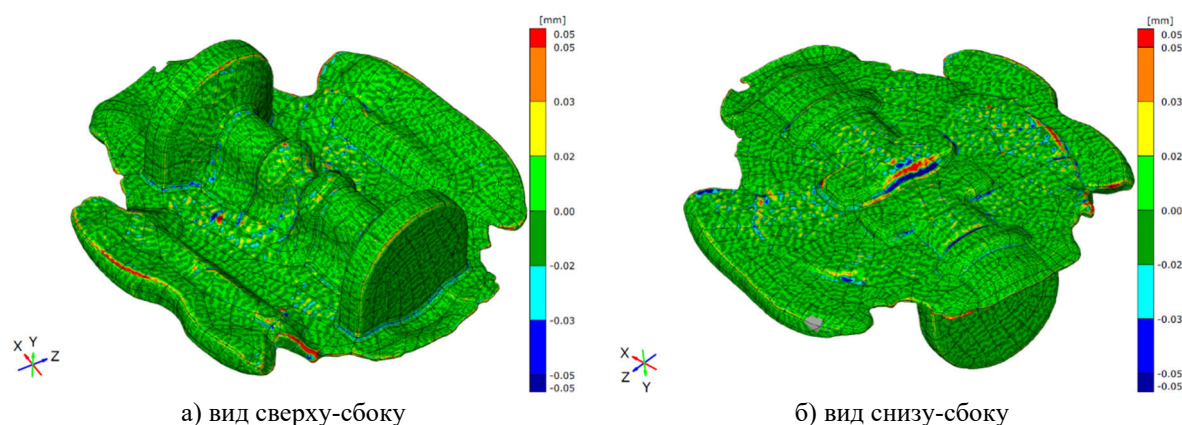


Рис. 4. Построение КОГР для сравнения поволоков после твердотельного преобразования

Технологическое моделирование

Численное моделирование технологического процесса для случаев холодной объёмной штамповки (ХОШ) и горячей объёмной штамповки (ГОШ) выполнялось в программе QForm, работающей по методу конечных элементов (МКЭ). Расчёт включал в себя несколько стадий или операций, которые обозначены как вариант 1 и 2. В варианте 1 на первой операции выполняется штамповка основным ползуном с закреплённым на нём пуансоном, боковые ползуны (плунжеры) – неподвижны. На второй операции основной ползун останавливается и задействуются боковые плунжеры. Материал заготовки – Д16 (по ГОСТ) или AA2024 (по AISI), материал инструмента – 4Х5МФС (по ГОСТ) или H11 (по AISI). Исходные данные для моделирования представлены в таблице 3. Моделирование задачи осуществлялось в трёхмерной постановке, без назначения плоскостей симметрии. Трение на контактной поверхности материала инструмента и заготовки определялось по закону Леванова, согласно уравнению (2).

$$\tau = mk \left(1 - e^{-b \frac{\sigma_n}{\sigma_s}} \right), \quad (2)$$

где τ – касательное напряжение на контактной поверхности, [МПа]; m – фактор трения, [-]; k – макс. касательное напряжение при сдвиге, [МПа]; b – экспериментальный коэффициент Леванова, [-]; σ_n – нормальное контактное давление, [МПа]; σ_s – напряжение текучести или сопротивление деформации, [МПа].

Таблица 3. Исходные данные для моделирования

Параметр	Ед. измерения	Значение
Температура:	[°C]	
- заготовки		20 (ХОШ) и 500 (ГОШ)
- инструмента		20 (ХОШ) и 250 (ГОШ)
Макс. сила деформирования:	[МН]	
- пуансона		120
- бокового плунжера		50
Фактор трения:	[-]	0,15 (ХОШ) и 0,3 (ГОШ)
Макс. перемещение ползуна:	[мм]	31
Макс. перемещение боковых плунжеров:	[мм]	2

1. Выбор оборудования

Особенностью работы на прессах с сервоуправлением является возможность задавать закон движения выходного звена, что позволяет решать большой круг технологических задач на одном оборудовании. В классических прессах циклограммы имеют вид синусоиды. В прессах с сервоуправлением возможны установки выстоя в нижних крайних положениях и задействование дополнительных вспомогательных устройств. На рисунке 5 показаны циклограммы перемещения изучаемых процессов для случаев ХОШ с задействованием боковых ползунов.

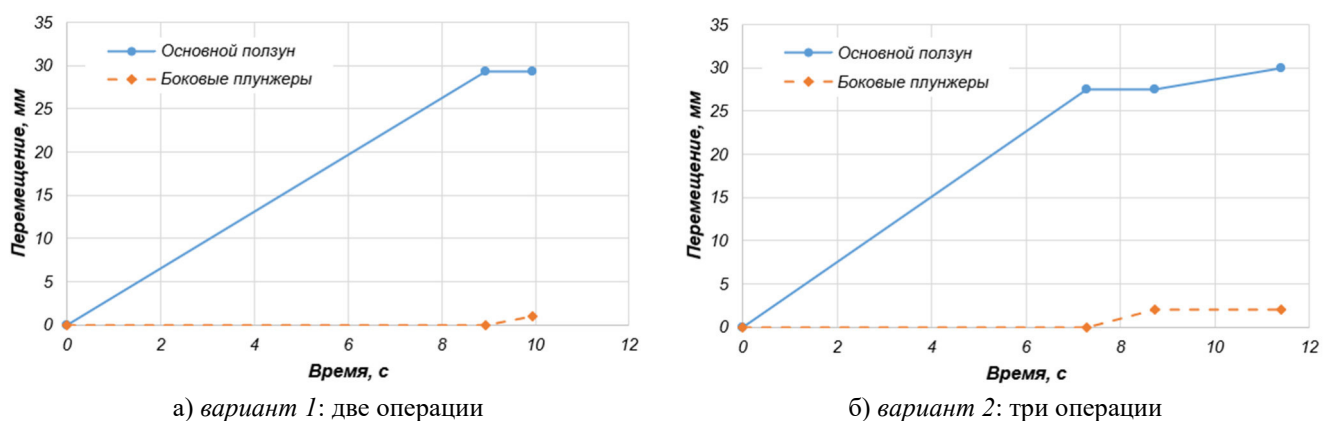


Рис. 5. Циклограммы перемещения подвижных (выходных) звеньев

2. Выбор заготовки

Для точного вычисления размеров заготовки была выполнена параметризация размеров (рис. 6). Наиболее подходящими диаметрами прессованных алюминиевых заготовок, согласно ГОСТ 21488-97, были выбраны $\varnothing 35$ и $\varnothing 50$ мм, для которых рассчитывались высоты. Моделирование выполнялось для заготовки $\varnothing 35$, ориентированной вдоль наибольшей стороны поковки.

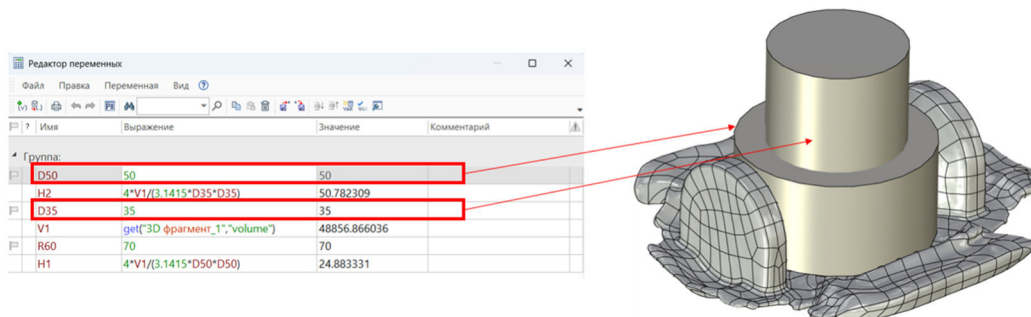


Рис. 6. Определение размеров исходных заготовок

Обсуждение результатов

На рисунке 7а показаны графики сила-перемещение ползунов, а на рисунке 7б – применение дополнительных боковых ползунов на промежуточной второй операции. Видно, что на третьей операции (область «Б») имеется место повышения силы деформирования, а максимальное значение силы составляет 5,5 МН. Сила же деформирования на боковых ползунах не превышает 0,2 МН. Штамповка в горячем состоянии намного выгоднее с силовой точки зрения. Однако энергия деформирования уравнивается энергией, затрачиваемой на нагрев заготовки. Значение силы деформирования резко увеличивается в тот момент, когда зазор между инструментами уменьшается, скорость истечения в облойном мостике увеличивается, материал испытывает затруднённое течение по свободной поверхности, преодолевая растущие силы трения. Одновременно с этим направление течения на границе облой-гравюра штампа меняется и материал медленно заполняет большие выступы поковки. Номинальная сила оборудования (табл. 3) по сравнению с расчётной силой весьма высока и скорее всего не будет достигнута. Это позволяет выбрать оборудование с меньшими силовыми характеристиками.

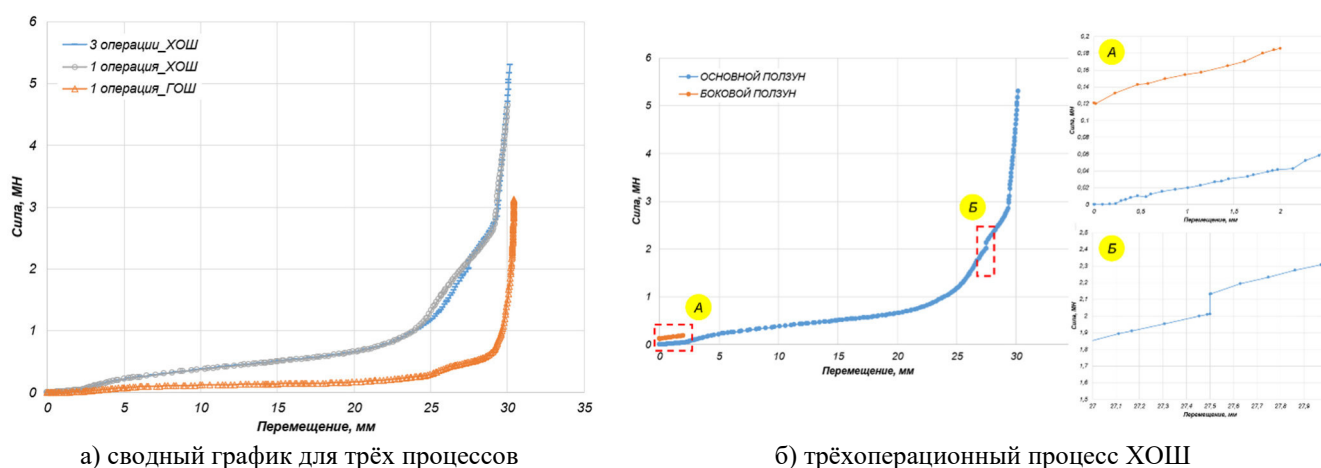


Рис. 7. Графики сила-перемещение выходных звеньев пресса

На рисунке 8 показаны результаты моделирования штамповки до величины хода 30 мм. Наибольший процент заполнения материалам наблюдается для ХОШ с одной операцией. В области больших выступов имеются незаполнения.


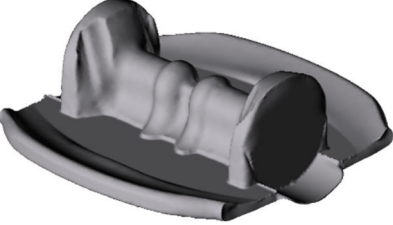
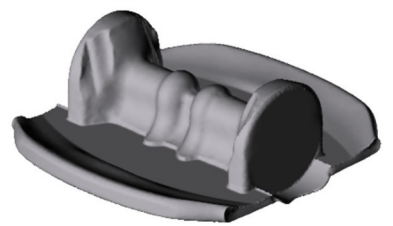
Процесс	Результат	Продолжительность процесса и объём поковки
ХОШ (одна операция)		а) $t = 9,677$ [с], $V = 48677,34$ [мм ³]
ХОШ (три операции)		б) $t = 11,26$ [с], $V = 48670,96$ [мм ³]
ГОШ (одна операция)		в) $t = 0,6696$ [с], $V = 48641,36$ [мм ³]

Рис. 8. Общий вид поверхностей поковок

Для полного заполнения гравюры штампа необходимо увеличить перемещение основного ползуна до 31...31,5 [мм], а также подобрать момент включения боковых ползунов, так как результаты ХОШ для одной и трёх операций лишь немногим отличаются друг от друга. Температурный интервалковки и штамповки для Д16 составляет 250 °С...550 °С. На протяжении всего процесса моделирования температура находится в указанном температурном интервале, лишь на последней стадии температура на наиболее удалённой области облоя снижается до 230 °С, что является несущественным.

Полученная после технологического моделирования полигональная модель была сопоставлена с твердотельной моделью, полученной на основании 3D-сканирования (рис. 9).

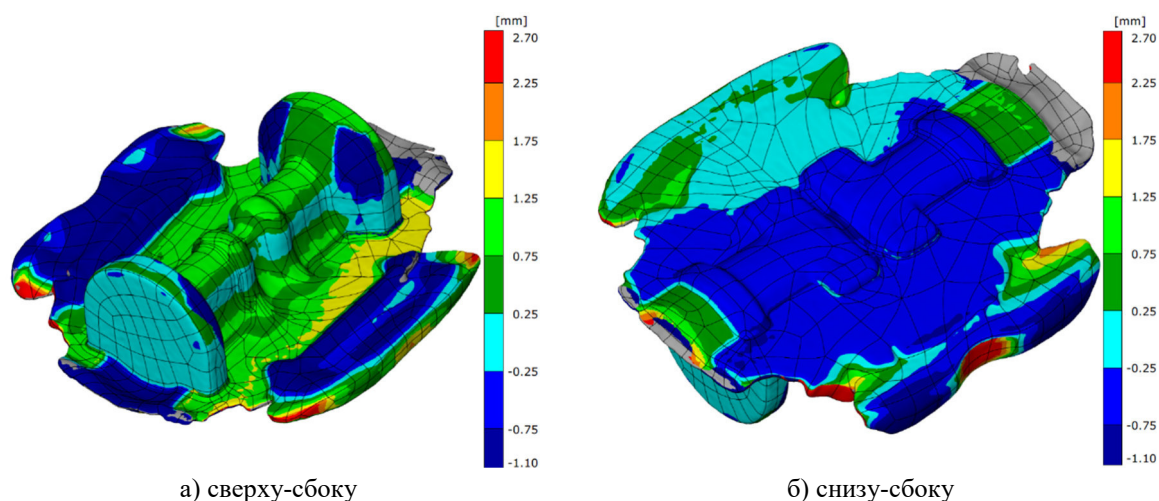


Рис. 9. Сравнение поковок и построение КОГР

Отклонение по точности при предварительном совмещении моделей составило 0,8707 [мм]. Принимая во внимание ГОСТ 7505-89 как обобщённое руководство по проектированию поковок, можно определить, что для степени сложности С4, классу точности Т4 (индекс поковки 10) или Т5 (индекс поковки 12), величина предельных отклонений линейных размеров составит +2,7 (верхнее)

и -1,1 (нижнее). Для этого интервала тело поковки имеет завышенные значения только в местах неполного заполнения инструмента, в области больших выступов. Более 85 % размеров области облоя лежат вне допустимого интервала значений. Так как облой удаляется на последующей операции, то с технологической точки зрения поковка является годной при условии, что заполнены большие выступы.

Возможна также разработка и альтернативных вариантов реализации технологии. Например, задача может быть представлена в упрощённом виде как симметричная относительно фронтальной плоскости. На рисунке 10 показаны полученные результаты для случаев безоблойной (слева) и облойной штамповки (справа). В области большого выступа также видны небольшие незаполненные материалом области.

Сравнение объёмов исходных заготовок и коэффициент использования материала (КИМ) приведён в таблице 4. КИМ рассчитывался как избыточный на основании наименьшего из предложенных объёмов заготовки, при этом наименьшее значение принималось за базовый идеальный расход 100 %.

Таблица 4. Определение расхода материала

Вариант	Значение объёма заготовки, мм ³	КИМ
Технология на основе реверс-инжиниринга	48856,86	+49,79%
Разработанная технология (безоблойная штамповка)	32616,732	100%
Разработанная технология (облойная штамповка)	38730,81	+18,75%

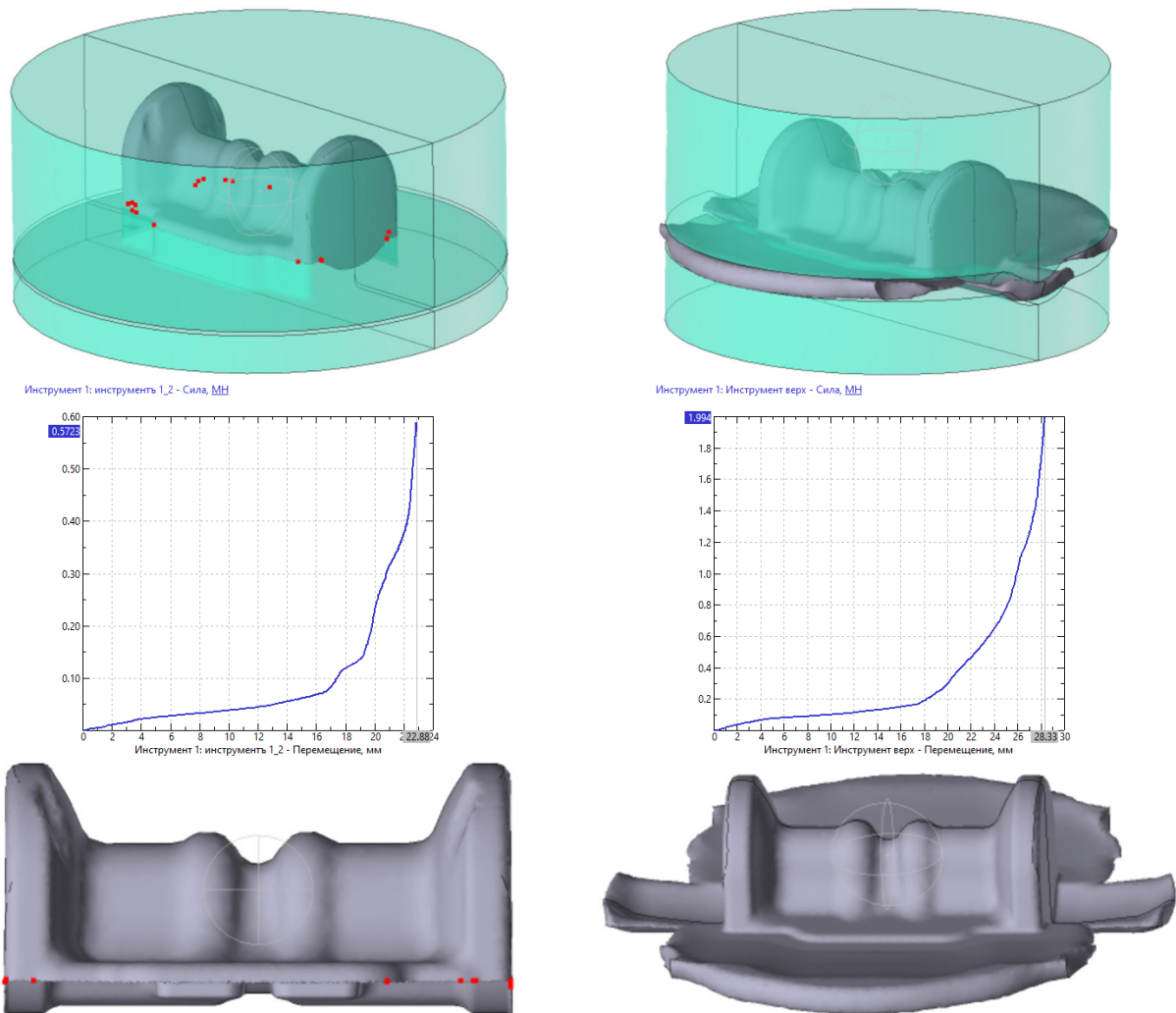


Рис. 10. Упрощённая постановка задачи: деформирующий инструмент (вверху); графики сила-перемещение ползуна (посередине) и полученные поковки (внизу)

На основании выполненных работ обратного проектирования технологии объёмной штамповки можно предложить следующий метод оценки её корректного выполнения. На рисунке 11 показаны критерии с оценочной шкалой от 1 до 5. Выделены три оценочные области, объективно отражающие качество выполненных работ. По результатам выполненных работ достигнута высокая точность реконструкции технологии.

№	Критерий	1	2	3	4	5
1	Точность воспроизведения геометрии (CAD)					
2	Точность массовой и объёмной характеристики поковки					
3	Точность допусков поковки (CAE)					
4	Циклограмма прессы обеспечивает полное заполнение гравюры инструмента					
5	Реологическое описание свойств соответствует оригиналу					

5...15 - низкая точность реконструкции технологии

16...20 - средняя точность реконструкции технологии

21...25 - высокая точность реконструкция технологии

Рис. 11. Предлагаемая оценочная шкала

Выводы

В статье представлена методика оценки корректности восстановления технологии штамповки сложной детали из алюминиевого сплава. Выполнено геометрическое проектирование инструмента по поковке на основании полигональной модели, полученной при помощи 3D-сканирования, определён материал на основе анализа его химического состава и выбрано реологическое описание течения материала, проведено численное моделирование технологии штамповки для условий холодного и горячего деформирования, определены параметры оборудования и циклограммы движения гидравлического прессы с боковыми ползунами с сервоприводами, выполнена оценка точности реконструкции геометрии для проектирования деформирующего инструмента и построены КОГР для результатов численного моделирования с проверкой вхождения в интервал размерных допусков и, наконец, введена условная оценочная шкала по наиболее важным критериям работы.

Таким образом, обратное проектирование технологии носит комплексный характер, не ограничивается геометрической реконструкцией объекта. Для его выполнения требуются практические навыки работы на компьютере, а также объективные практические знания в профильной области.

Список литературы

1. Várady, T., Martin, R. R., & Cox, J. (1997). Reverse engineering of geometric models – an introduction. *Computer-Aided Design*, 29(4), 255–268. DOI: 10.1016/s0010-4485(96)00054-1
2. Raja, V., & Fernandes, K. J. (Eds.). (2008). *Reverse Engineering*. Springer Series in Advanced Manufacturing. DOI: 10.1007/978-1-84628-856-2
3. Wang, W. (2010). *Reverse Engineering: Technology of Reinvention* (1st ed.). CRC Press. DOI: 10.1201/EBK1439806302
4. Schnakovsky, C., Ganea, B., Raveica, C., & Herghelegiu, E. Reverse engineering for automotive industry. *Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering*, Volume VII (XVII), 2008. DOI: 10.15660/AUOFMTE.2008.1203
5. Benkő, P., Martin, R. R., & Várady, T. (2001). Algorithms for reverse engineering boundary representation models. *Computer-Aided Design*, 33(11), 839–851. DOI: 10.1016/s0010-4485(01)00100-2
6. Kjellander, J. A. P., & Rahayem, M. (2009). An Integrated Platform for 3D Measurement with Geometric Reverse Engineering. *Computer-Aided Design and Applications*, 6(6), 877–887. DOI: 10.3722/cadaps.2009.877-887
7. Henry P. Moreton and Carlo H. Séquin. 1992. Functional optimization for fair surface design. In: *Proceedings of the 19th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH '92)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 167–176. DOI: 10.1145/133994.134035
8. Chang, K.-H., & Wang, Y. (2013). Evaluation of Sheet Forming Simulation for an Integrated Reverse Engineering System. *Computer-Aided Design and Applications*, 10(5), 767–777. DOI: 10.3722/cadaps.2013.767-777

-
9. Schoene, C, Stelzer, R, Schmidt, U, & Suesse, D. Reverse Engineering for Spotting of Sheet Metal Forming Parts. *Proceedings of the ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Volume 1: 36th Design Automation Conference, Parts A and B. Montreal, Quebec, Canada. August 15–18, 2010. pp. 407–414. ASME. DOI: 10.1115/DETC2010-28208
 10. Wang, J., Goel, A., Yang, F., et al. Blank optimization for sheet metal forming using multi-step finite element simulations. *Int J Adv Manuf Technol* 40, 709–720 (2009). DOI: 10.1007/s00170-008-1383-y
 11. Петров М.А., Уржумов П.Н. Компьютерное моделирование процесса горячей объёмной штамповки поковки «крышка» и топологическая оптимизация штампа // *Машиностроение: сетевой электронный научный журнал*. 2022. Т. 9, № 2. С. 3–9. DOI: 10.24892/RIJE/20220201