

## Сравнительная оценка солверов пакета OpenFOAM при моделировании цепи косых скачков сжатия

А. Е. Бондарев, А. Е. Кувшинников  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** В работе представлен сравнительный анализ точности различных солверов OpenFOAM при моделировании формирования цепи косых скачков уплотнения. Исследование фокусируется на оценке способности солверов верно воспроизводить сложную структуру потока, характеризующуюся многократными ударными волнами. Особое внимание уделяется нахождению наиболее точного солвера с учетом изменения параметров: скорости входного потока и угла клина, что соответствует методике обобщенного вычислительного эксперимента. Результаты показывают, что солвер rhoCentralFoam демонстрирует лучшую точность, что делает OpenFOAM эффективным инструментом для изучения и подобных явлений.

**Ключевые слова:** сравнительная оценка точности, вычислительная газовая динамика, цепочка скачков уплотнения, OpenFOAM.

### Comparative assessment of OpenFOAM solvers for simulating oblique shock train

А. Е. Bondarev, А. Е. Кувшинников  
Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**Abstract.** The paper presents a comparative analysis of the accuracy of various OpenFOAM solvers in modeling the formation of an oblique shock train. The study focuses on assessing the ability of solvers to accurately reproduce a complex flow structure characterized by multiple shock waves. Particular attention is paid to finding the most accurate solver taking into account the change in parameters: the inlet flow velocity and the wedge angle, which corresponds to the methodology of a generalized computational experiment. The results show that the rhoCentralFoam solver demonstrates the best accuracy, which makes OpenFOAM an effective tool for studying similar phenomena.

**Keywords:** comparative assessment of accuracy, computational fluid dynamics, oblique shock train, OpenFOAM.

### Введение

Исследование аэродинамических явлений, связанных с распространением ударных волн, представляет собой фундаментальную задачу в области газовой динамики и вычислительной гидродинамики. Особый интерес вызывают сценарии, где взаимодействие ударных волн с геометрическими препятствиями приводит к формированию сложных волновых структур, таких как отраженные скачки уплотнения и цепочки ударных волн. Такие явления имеют критическое значение для понимания и проектирования широкого спектра инженерных систем. Численное моделирование этих процессов становится незаменимым инструментом, позволяющим детально изучать динамику потока, распределение параметров и характеристики ударных волн, которые сложно или невозможно исследовать экспериментально [1–3].

В последние десятилетия вычислительный эксперимент стал неотъемлемым инструментом в арсенале инженеров и исследователей, занимающихся аэродинамическими задачами. Возможность моделировать сложные течения на компьютере позволяет проводить детальный анализ, который часто недоступен или чрезмерно дорог при использовании одних лишь лабораторных или натурных экспериментов. Вычислительный эксперимент позволяет исследовать широкий диапазон параметров, варьировать геометрию, изучать нестационарные процессы и получать детальную информацию о параметрах потока в любой точке расчетной области. Однако моделирование высокоскоростных течений с ударными волнами представляет собой особенно сложную задачу для численных методов. Ударные волны характеризуются резкими градиентами, что требует применения высокоточных численных схем, способных корректно разрешать эти разрывы без существенных артефактов, таких как осцилляции или искусственное сглаживание. Неправильный выбор численного подхода может привести к неверному определению положения ударной волны, ее интенсивности, а также к искажению других важных характеристик потока. Это подчеркивает важность тщательного подбора и тестирования солверов, используемых для таких задач [4, 5].

Численное моделирование таких процессов требует применения надежных и точных вычислительных методов, способных адекватно описывать разрывные решения, характерные для ударных волн. Программный пакет OpenFOAM [6, 7], являясь мощным инструментом с открытым исходным кодом, предоставляет широкий спектр солверов, каждый из которых обладает своими особенностями в плане точности, устойчивости и вычислительной эффективности при решении различных типов задач. Выбор подходящего солвера является критически важным для получения достоверных результатов, особенно в задачах с ударными волнами, где требуются высокая разрешающая способность и корректное воспроизведение фронтов ударных волн. Понимание преимуществ и недостатков каждого солвера в контексте данной задачи позволит рекомендовать наиболее подходящие инструменты для дальнейших исследований в областях аэродинамики, где возникают ударные волны.

Данная работа является продолжением цикла работ авторов. Ранее в качестве референтных задач рассматривались задача об образовании скачка уплотнения [8], задача об образовании двумерной волны разрежения [9] и задача обтекания конуса, имеющего сферическое затупление [10]. Благодаря применению обобщённого вычислительного эксперимента [11, 12], расчетчики получают возможность уверенно ориентироваться в широком спектре разработанных численных методов. Это позволяет им подбирать для своих расчетов наиболее точные и эффективные решения. Сама методика подразумевает исследование задачи путём дискретизации её определяющих параметров в пределах определённого диапазона, последующего параметрического анализа и визуализации многомерных результатов.

### Постановка задачи

Высокоскоростной поток газа с числом Маха  $M$  течет слева направо (рис. 1).

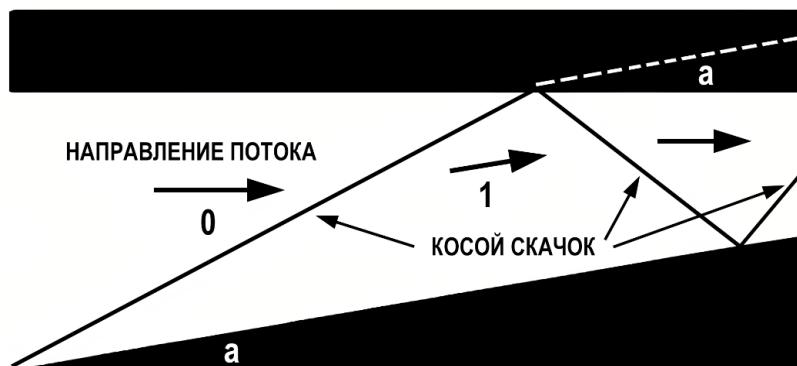


Рисунок 1. Схема течения

Обозначим область свободного потока зоной «0». Поток встречает клин «а» с углом наклона  $\beta$  и создает косой скачок уплотнения, зона за этим скачком уплотнения обозначена как зона «1». Течение в зоне «1» параллельно клину «а», а условия задаются соотношениями для косого скачка уплотнения, приведенными, к примеру, в [13]. Затем косой скачок ударяется о твердую стенку и отражается от нее, создавая новый скачок уплотнения. Течение за отраженным скачком уплотнения обозначено как зона «2». Поскольку поток в зоне «1» параллелен клину «а», он падает на сплошную стенку под углом «а», как показано белой пунктирной линией. Поток в зоне «2» параллелен сплошной стенке, а условия в зоне «2» определяются соотношениями для косого скачка уплотнения, при этом условия перед ним соответствуют условиям в зоне «1». Отражённый скачок уплотнения сам отражается от клина, создавая цепочку скачков уплотнения в канале, образованном клином и сплошной стенкой. При прохождении каждого скачка уплотнения и отражения число Маха потока уменьшается. В конце концов, число Маха в какой-то зоне становится слишком низким для формирования косого скачка уплотнения, и формируется конечный, прямой скачок уплотнения.

Определяющими параметрами задачи в терминах обобщенного вычислительного эксперимента здесь служат число Маха  $M$  и угол клина  $\beta$ . Число Маха менялось от 1.8 до 2.0 с шагом 0.1, угол клина  $\beta$  от  $5^\circ$  до  $10^\circ$  с шагом  $2.5^\circ$ .

## Организация расчётов

В сравнении участвовали четыре солвера: два стандартных солвера — rhoCentralFoam и sonicFoam, а также два авторских — pisoCentralFoam [14] и QGDFoam [15]. Последние два солвера разработаны коллективами Института системного программирования РАН и Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН.

Эти солверы сильно отличаются: rhoCentralFoam использует схему Курганова – Тадмора, центрально-противопотоковую схему годуновского типа [16], sonicFoam использует алгоритм PIMPLE, включающий в себя метод расщепления [17]. pisoCentralFoam — гибридный метод, использующий как схему Курганова – Тадмора, так и метод PIMPLE [18], QGDFoam основан на квазигазодинамической системе уравнений [19, 20].

Расчётная область разбивается на ячейки. Пакет OpenFOAM для решения требует задания граничных и начальных условий. На входной границе «inlet» задаются параметры невозмущенного набегающего потока (давление  $P = 101325$  Па, температура  $T = 300$  К,  $x$ -компоненты скорости  $U_x$  изменяется от 625.05 м/с до 694.5 м/с,  $y$ -компонента скорости  $U_y$  равна 0 м/с). На выходной границе «outlet» задаются граничные условия равенства нулю производных газодинамических функций по нормали к границе. На границе клина «wedge» и на верхней границе «wall» для давления и температуры задается условие нулевого градиента, для скорости задается условие «slip», соответствующее условию непротекания для уравнений Эйлера. Для передней «front» и задней «back» границ используется специальное условие «empty». Это условие задается в случаях, когда вычисления в заданном направлении не проводятся, так как мы решаем двумерную задачу. Схема расчётной области для клина с углом  $\beta = 10^\circ$  представлена на рисунке 2. Стоит отметить, что на указанном изображении для наглядности сетка крупнее, чем в реальных расчётах.

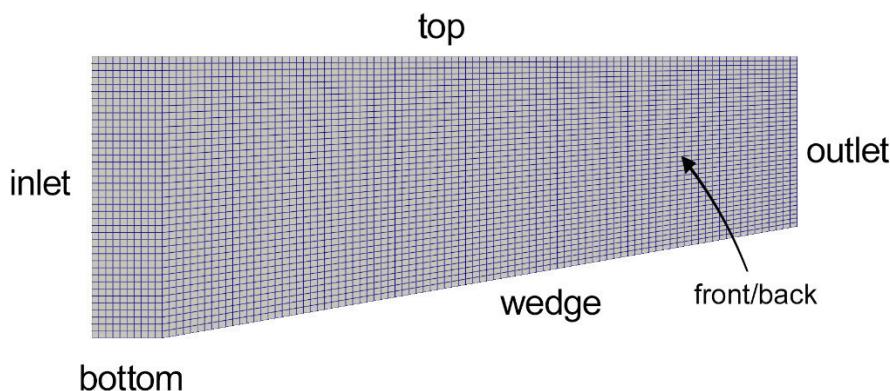


Рисунок 2. Схема расчётной области

Число ячеек сетки зависит от угла наклона, так как от него зависит и число отражений косого скачка. 50000 для  $\beta = 5^\circ$ , 32500 для  $\beta = 7.5^\circ$  и 25000 для  $\beta = 10^\circ$ . Начальные условия соответствуют граничным на грани inlet, то есть в качестве начальных условий используются параметры набегающего потока. В солвере QGDFoam в качестве начальных условий также указывался коэффициент сглаживания  $\alpha = 0.1$  на всей расчетной области. Также задавались значения молярной массы  $M = 28.96$  и удельной теплоемкости при постоянном давлении  $C_p = 1004$ .

OpenFOAM выделяется среди прочих программных пакетов тем, что управление симуляциями осуществляется через текстовые файлы. Такой метод даёт значительную гибкость: он позволяет без труда автоматизировать запуск расчётов, корректировать параметры моделирования и проводить анализ полученных данных.

Единый подход к проведению расчётов крайне важен для сравнения солверов. Он гарантирует, что все они будут тестироваться в идентичных условиях, что делает оценку их производительности и точности объективной. Когда методики расчётов, сетки, граничные условия и физические модели стандартизированы, полученные результаты становятся сопоставимыми и заслуживают доверия. Это даёт исследователям возможность изолировать влияние посторонних факторов и сфокусироваться на особенностях конкретного решателя. Более того, единообразие в проведении тестов помогает лучше

понять преимущества и недостатки каждого солвера, что, в свою очередь, облегчает выбор наиболее подходящего инструмента для решения конкретной инженерной задачи.

В работе с OpenFOAM мы применили те же настройки конфигурационных файлов fvSchemes и fvSolution, что и в своих предыдущих работах.

### Результаты экспериментов

Картины течения представлены на рисунках 3 и 4 в виде распределения давления и плотности в расчетной области. Представленное распределение давления получено с помощью солвера *rhoCentralFoam*. Разрушения решения не наблюдалось ни для одного из солверов, что свидетельствует о высоких стабилизирующих свойствах всех солверов, участвующих в исследовании.



Рисунок 3. Поле давления установившегося течения для солвера rhoCentralFoam,  $\beta = 10^\circ$



Рисунок 4. Поле плотности установившегося течения для солвера rhoCentralFoam,  $\beta = 10^\circ$

Построим оценки отклонения от точного решения для всей расчетной области в аналоге норме  $L_2$ . Для этого определим относительную погрешность  $Err$  для аналога нормы  $L_2$  следующим образом:

$$Err = \sqrt{\sum_m |y_m - y_m^{exact}|^2 S_m} / \sqrt{\sum_m |y_m^{exact}|^2 S_m}.$$

Здесь  $y_m$  — значение исследуемой величины (давления или плотности),  $S_m$  — объём ячейки. Значения  $y_m^{exact}$  получены из аналитического решения задачи [1, 3]. В анализе сравнительной точности участвовали солверы sonicFoam, QGDFoam, rhoCentralFoam и pisoCentralFoam. Далее в таблицах для солверов используются сокращенные обозначения: rCF (*rhoCentralFoam*), pCF (*pisoCentralFoam*), sF (*sonicFoam*), QGDF (*QGDFoam*). Значения отклонения от точного решения по всей расчетной области рассчитаны для давления  $p$  и плотности  $\rho$  приведены в таблицах 1–3. Жирным шрифтом выделены наименьшие значения в каждой строке.

Таблица 1. Ошибки для  $M=1.8$ 

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	5°	<b>0.017524</b>	0.018371	0.030166	0.019833
	7.5°	<b>0.020764</b>	0.021894	0.032143	0.021187
	10°	<b>0.023818</b>	0.025093	0.032409	0.027019
Плотность	5°	<b>0.012136</b>	0.012755	0.020317	0.013353
	7.5°	<b>0.014737</b>	0.015372	0.022233	0.014753
	10°	<b>0.016814</b>	0.017542	0.021391	0.018078

Таблица 2. Ошибки для  $M=1.9$ 

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	5°	<b>0.020155</b>	0.021083	0.032724	0.022784
	7.5°	<b>0.023237</b>	0.024518	0.035507	0.025689
	10°	<b>0.030908</b>	0.031736	0.041045	0.032071
Плотность	5°	<b>0.014082</b>	0.014973	0.021985	0.015372
	7.5°	<b>0.016177</b>	0.017247	0.023442	0.017129
	10°	<b>0.021463</b>	0.022354	0.027843	0.021769

Таблица 3. Ошибки для  $M=2.0$ 

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	5°	<b>0.020062</b>	0.021357	0.034088	0.022215
	7.5°	<b>0.023178</b>	0.024817	0.036381	0.025272
	10°	<b>0.027503</b>	0.028304	0.035913	0.027800
Плотность	5°	<b>0.013722</b>	0.014783	0.022694	0.014851
	7.5°	<b>0.016411</b>	0.017425	0.024615	0.017274
	10°	0.019611	0.020549	0.024687	<b>0.019223</b>

Для анализа таблиц визуализируем данные в виде поверхностей ошибок. Результат представлен на рисунках 5 и 6.

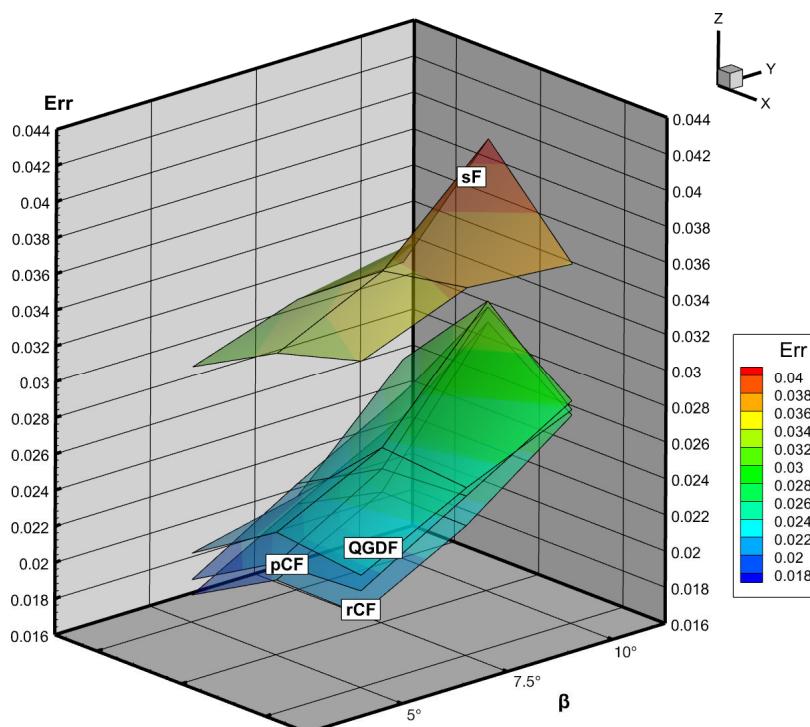


Рисунок 5. Поверхности ошибок рассматриваемых солверов для давления

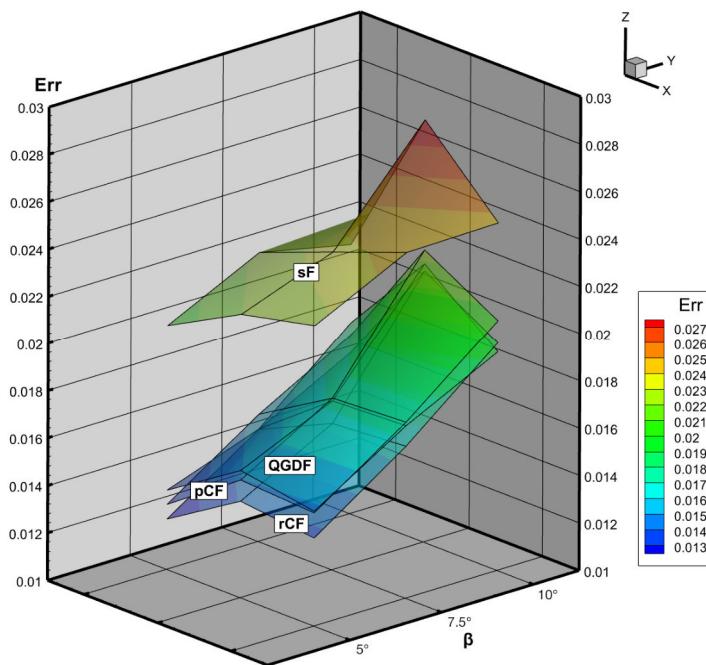


Рисунок 6. Поверхности ошибок рассматриваемых солверов для плотности

Анализ представленных таблиц позволяет сделать ряд важных выводов относительно их точности и зависимости от входных параметров. В первую очередь, следует отметить, что солвер rhoCentralFoam последовательно демонстрирует наименьшие значения ошибок как для расчета давления, так и для расчета плотности во всех без исключения рассмотренных сценариях, что однозначно указывает на его превосходство в точности по сравнению с другими исследованными солверами. Это превосходство проявляется в абсолютных значениях ошибок, но не в относительной устойчивости к изменению условий задачи. Рассматривая зависимость точности солверов от угла клина, можно четко проследить общую тенденцию: с увеличением угла клина ошибки численного решения для всех солверов имеют тенденцию к росту. Это закономерное явление, обусловленное физикой течения: увеличение угла клина приводит к повышению градиентов параметров потока, формированию более интенсивных ударных волн и, как следствие, к усложнению задачи для численных методов. Солвер sonicFoam, однако, демонстрирует наименьший абсолютный прирост ошибки при увеличении угла клина. Например, при  $M=1.8$ , переход от  $5^\circ$  к  $10^\circ$  углу клина для давления приводит к увеличению ошибки rhoCentralFoam на 0.006294 (с 0.017524 до 0.023818), тогда как для sonicFoam этот прирост составляет 0.002243 (с 0.030166 до 0.032409), а для QGDFoam — 0.007186 (с 0.019833 до 0.027019). Это подчеркивает его большую устойчивость к геометрическим изменениям. Аналогичная картина наблюдается и для расчета плотности, где sonicFoam также демонстрирует наименьший рост ошибки.

Влияние числа Маха на точность солверов тоже является существенным. Как видно из таблиц, повышение числа Маха ведет к увеличению ошибок для всех солверов. Это обусловлено возрастанием роли сжимаемости потока, что требует более точных численных схем для адекватного описания явлений, таких как ударные волны, особенно при высоких скоростях. Солвер rhoCentralFoam, несмотря на рост абсолютных значений ошибок с увеличением числа Маха, как и в случае с углом клина, сохраняет свое преимущество в точности.

Сравнивая остальные солверы, можно отметить, что pisoCentralFoam показывает результаты, очень близкие к rhoCentralFoam, но, как правило, с несколько более высокими ошибками. Он также демонстрирует схожую тенденцию к увеличению ошибок с ростом числа Маха и угла клина. QGDFoam занимает промежуточное положение, его результаты часто сопоставимы с pisoCentralFoam, но в некоторых случаях он может уступать ему в точности. Солвер sonicFoam систематически демонстрирует самые высокие ошибки среди всех исследованных солверов, особенно при расчете давления. Важно также отметить, что ошибки при расчете плотности в целом оказываются ниже, чем при расчете давления, для всех солверов и при всех условиях. Это может быть связано с тем, что

изменение плотности меньше изменения давления (для  $M = 2$  и  $\beta = 10^\circ$  давление увеличивается в 2.8 раза, а плотность в 2.08 раза).

Таким образом, на основании детального анализа представленных данных можно сделать вывод, что солвер rCF является наиболее надежным и точным выбором для решения задачи обтекания клина в рассматриваемом диапазоне параметров, благодаря своей стабильно низкой ошибке и меньшей чувствительности к увеличению числа Маха и угла клина.

### **Заключение**

Данная работа подтвердила возможность успешного применения OpenFOAM для моделирования цепочки косых скачков уплотнения. Сравнительная оценка солверов показала, что rhoCentralFoam является наиболее предпочтительным выбором для достижения высокой точности, однако и другие исследованные солверы также решают поставленную задачу. Результаты исследования вносят вклад в понимание применимости CFD-методов в аэродинамических расчетах. Полученные данные имеют важное практическое значение для инженеров и исследователей, работающих в области аэродинамики. Это исследование поможет им принимать обоснованные решения при выборе численных методов для своих задач и открывает путь к дальнейшему развитию и применению OpenFOAM в передовых областях науки и техники.

### **Благодарности**

Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера К100, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

### **Список литературы**

1. Anderson J. D. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. McGraw-Hill Education, 2021. 778 p.
2. Anderson J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Education, 2016. 1152 p.
3. Чёрный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
4. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. Heidelberg: Springer Berlin, 2009. 724 p.
5. Ferziger J. H., Perić M., Street R. L. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Cham, 2009. 724 p.
6. OpenFOAM Foundation. URL: <http://www.openfoam.org> (дата обращения: 02.07.2024).
7. Jasak H. OpenFOAM: Open source CFD in research and industry // Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng. 2009. Vol. 1. P. 89–94.
8. Alekseev A. K., Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Comparative analysis of the accuracy of OpenFOAM solvers for the oblique shock wave problem // Mathematica Montisnigri, 2019, Vol. XLV. P. 95–105.
9. Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Analysis and Visualization of the Computational Experiments Results on the Comparative Assessment of OpenFOAM Solvers Accuracy for a Rarefaction Wave Problem // Scientific Visualization. 2021. Vol. 13, no. 3. P. 34–46.
10. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Integrating Scientific Visualization in the Assessment of OpenFOAM Solvers for the Flow Around a Spherically Blunted Cone // Scientific Visualization. 2024. Vol. 16, no. 4. P. 25–36.
11. Bondarev A.E. On the Construction of the Generalized Numerical Experiment in Fluid Dynamics // Mathematica Montisnigri. 2018. Vol. XLII. P. 52–64.
12. Bondarev A.E., Galaktionov V.A. Generalized Computational Experiment and Visual Analysis of Multidimensional Data // Scientific Visualization. 2019. Vol. 11, no. 4. P. 102–114.
13. Дейч М. Е. Техническая газодинамика. Москва–Ленинград: Госэнергоиздат, 1961. 670 с.
14. United collection of hybrid Central solvers — one-phase, two-phase and multicomponent versions. URL: <https://github.com/unicfdlab/hybridCentralSolvers> (дата обращения 10.07.2025).
15. OpenFOAM framework for simulation of fluid flows using regularized (QGD/QHD) equations. URL: <https://github.com/unicfdlab/QGDSolver> (дата обращения 10.07.2025).
16. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations // J. Comput. Phys. 2000. Vol. 160, no. 1. P. 241–282.
17. Issa R. Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator splitting // J. Comput. Phys. 1986. Vol. 62, no. 1. P. 40–65.
18. Kravoshin M. V., Banholzer M., Pfitzner M., Marchevsky I. K. A hybrid pressure-based solver for nonideal single-phase fluid flows at all speeds // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2018. Vol. 88, no. 2. P. 79–99.
19. Истомина М. А. О реализации одномерного квазигазодинамического алгоритма в открытом программном комплексе OpenFOAM // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 001.
20. Четверушкин Б. Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений М.: МАКС Пресс, 2004. 328 с.