

УДК 378:004

DOI: 10.25686/978-5-8158-2474-4-2025-206-214

## Алгоритм расчета бликов в оптических системах

Ван Янь, Д. Д. Жданов, И. С. Потемин, А. Д. Жданов

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

**Аннотация.** Оценка влияния рассеянного света, вызванного переотражением между преломляющими поверхностями оптических элементов, является одним из ключевых моментов в процессе проектирования оптических систем, формирующих изображение. Однако существующие методы, используемые для такой оценки, такие как метод Монте-Карло и стохастическая трассировка лучей, страдают от проблем, связанных громоздкостью вычислений из-за необходимости трассировать десятки, а иногда и сотни миллионов лучей для получения качественного изображения бликов на приемнике изображения. В данной статье предлагается алгоритм эффективного расчета изображений бликов, позволяющий за счет использования адаптивной интерполяции на порядки как ускорить расчет изображения бликов заданного порядка, так и оценить энергетику блика.

**Ключевые слова:** расчет оптических систем, рассеянный свет, расчет бликов, адаптивная интерполяция, детерминистическая трассировка лучей, построение изображения бликов.

## Algorithm for calculating ghosts in optical systems

Wang Yan, D. D. Zhdanov, I. S. Potemin, A. D. Zhdanov

ITMO University, Saint-Petersburg, Russia

**Abstract.** Estimation of the influence of scattered light caused by re-reflection between the refractive surfaces of optical elements is one of the key points in the design of the imaging optical systems. However, existing methods used for such an assessment, such as the Monte Carlo method and stochastic ray tracing, suffer from problems associated with the cumbersomeness of calculations due to the need to trace tens and sometimes hundreds of millions of rays to obtain a high-quality ghost image on the image receiver. This paper proposes an algorithm for efficient calculation of ghost images that allows, through the use of adaptive interpolation, to accelerate both the calculation of a flare image of a given order and to estimate the ghost energy by orders of magnitude.

**Keywords:** optical system design, stray light, ghosts simulation, adaptive interpolation, deterministic ray tracing, ghosts image formation.

### Введение

При проектировании оптических систем, формирующих изображение (например, в фотообъективах) одним из важных источников ухудшения качества изображения может быть рассеянный свет, вызванный нежелательными френелевскими отражениями или бликами от поверхностей линз [1]. Разработчикам оптических систем важно понимать влияние рассеянного света на возможности системы и предпринимать соответствующие шаги на ранних этапах проектирования для его контроля [2–3].

В большинстве линзовых оптических систем, предназначенных для формирования изображения, предполагается только один путь света, определяемый преломлением на поверхностях линз. К сожалению, бликовые отражения от преломляющей оптики приводят к появлению множества нежелательных путей света, которые не соответствуют предполагаемому. Процесс проектирования системы с адекватным контролем бликов, по сути, заключается в выявлении путей переотраженного между оптическими поверхностями света и их последующем уменьшении или устранении.

Для расчета бликов необходимо оценить распределение энергии (освещенности) в плоскости изображения, вызванное переотражениями от преломляющих поверхностей оптической системы. Обычно для этой цели осуществляется расчет большого количества лучей методом стохастической трассировки. Такой расчет из-за сравнительно низких значений коэффициентов отражения очень неэффективен по времени, так как количество отраженных лучей, формирующих изображение блика, существенно меньше количества преломленных лучей, формирующих основное изображение наблюдаемого объекта. По этой причине использование методов стохастической трассировки для расчета бликов в большом наборе оптических систем является крайне трудоемким по времени [4]. А именно большие наборы вариантов оптических систем необходимы для обучения нейросетей, предназначенных для решения задачи поиска исходных схем для расчета оптических систем, формирующих изображение [5, 6]. Таким образом, весьма актуальной является проблема создания

алгоритма, обеспечивающего гораздо более эффективный расчет бликов, чем это позволяют сделать алгоритмы, основанные на методах стохастической трассировки лучей.

### Постановка задачи

Как поднять эффективность расчета бликов в оптических системах? Известно, что блики в зависимости от числа отражений бывают разных порядков. Блики второго порядка вызваны двукратным отражением от оптических поверхностей (рис. 1а). Первое отражение от одной из оптических поверхностей системы происходит в направлении от пространства изображений к пространству объектов, второе отражение – в направлении от пространства объектов к пространству изображений. Блики четвертого порядка вызваны четырехкратным отражением (рис. 1б) от оптических поверхностей. Блики шестого и более высоких порядков вызваны соответственно шестикратным, восьмикратным и так далее отражениями в направлении от изображения к объекту и обратно. Очевидно, что блики второго порядка несут в разы больше энергии, чем блики четвертого порядка, а тем более, чем блики более высоких порядков. Поэтому для повышения эффективности расчета бликов предлагается использовать метод детерминистической трассировки лучей при условии заданного порядка блика.

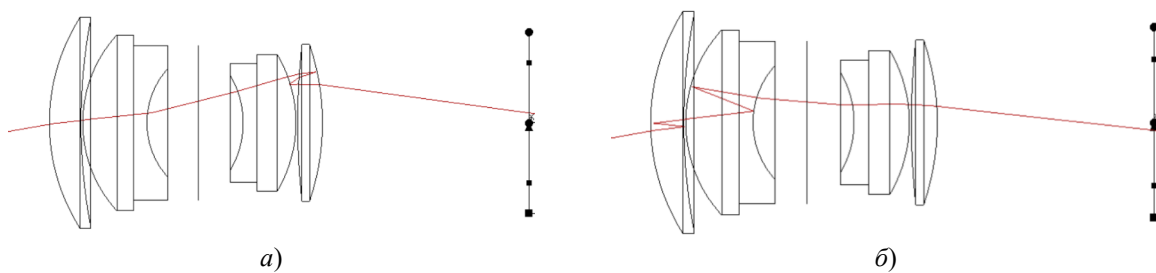


Рисунок 1. Примеры формирования бликов различных порядков

Кроме того, для сокращения числа трассируемых лучей предлагается осуществлять адаптивную интерполяцию как на зрачке оптической системы, так и в плоскости ее изображения. Такой подход позволит существенно сократить временные затраты за счет сокращения числа трассируемых лучей.

Укрупненно предлагаемый алгоритм включает следующие этапы:

1. Генерация сетки лучей на входном зрачке оптической системы.
2. Интерполяция точек на изображении по точкам на входном зрачке.
3. Расчет (накопление) пропускания и оценка размеров блика по среднеквадратичному отклонению в плоскости изображения.
4. Переход на этап 2, если заданное разрешение не достигнуто.
5. Нормировка пропускания и вывод финального изображения блика.

### Теория

#### 1. Генерация сетки лучей на входном зрачке оптической системы

Объект находится на бесконечности и направления всех лучей, идущих от объекта, одинаковы. Начальная точка координат всех лучей находится на входном зрачке объектива. Форма зрачка круглая, радиус зрачка  $R_p$ .

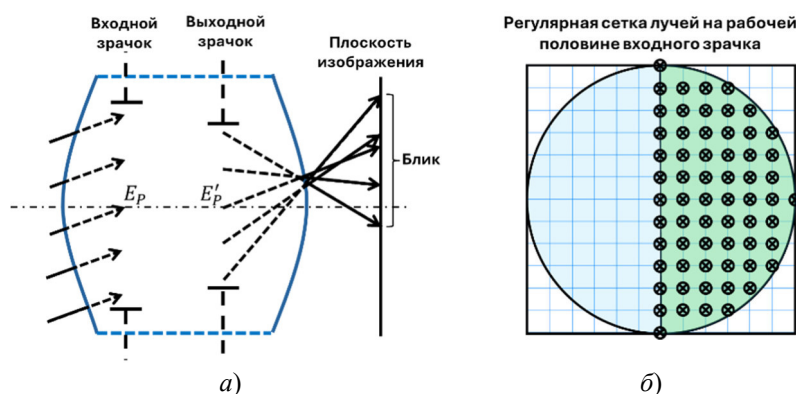


Рисунок 2. Формирование сетки лучей на входном зрачке



Здесь красным треугольником обозначены точки на входном зрачке, из которых осуществляется трассировка лучей до плоскости изображения без интерполяции. Для остальных лучей координаты в плоскости изображения вычисляются посредством интерполяции между четырьмя точками, сформированными лучами, трассированными из четырех точек на зрачке, окружающих исследуемую точку. Для граничных зон входного зрачка число точек для интерполяции может быть уменьшено естественным образом. Интерполяция для точки  $\vec{p}$  возможна, если четыре соседние точки (или три для граничных зон) на входном зрачке ( $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4$ ) формируют точки в плоскости изображения ( $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3, \vec{i}_4$ ), расположенные на «близком» расстоянии друг от друга, а интерполируемая точка  $\langle \vec{i} \rangle_4$  на плоскости изображения (со средневзвешенными координатами  $\vec{i}_i S_i$ ) не увеличивает среднеквадратичное отклонение (СКО) четырех базовых точек. Критерий «близости», заключающийся в том, что СКО четырех точек не превышает заданную величину  $\sigma_0$  можно представить следующим образом:

$$\langle \vec{i} \rangle_4 = \frac{\vec{i}_1 S_1 + \vec{i}_2 S_2 + \vec{i}_3 S_3 + \vec{i}_4 S_4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}; \quad (3.1)$$

$$\sigma_4^2 = \frac{1}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \left( \vec{i}_1^2 S_1 + \vec{i}_2^2 S_2 + \vec{i}_3^2 S_3 + \vec{i}_4^2 S_4 - \langle \vec{i} \rangle_4 (\vec{i}_1 S_1 + \vec{i}_2 S_2 + \vec{i}_3 S_3 + \vec{i}_4 S_4) \right); \quad (3.2)$$

$$\sigma_5^2 = \frac{1}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5} \left( \vec{i}_1^2 S_1 + \vec{i}_2^2 S_2 + \vec{i}_3^2 S_3 + \vec{i}_4^2 S_4 + \langle \vec{i} \rangle_4^2 S_5 - \frac{(\vec{i}_1 S_1 + \vec{i}_2 S_2 + \vec{i}_3 S_3 + \vec{i}_4 S_4 + \langle \vec{i} \rangle_4 S_5)^2}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5} \right); \quad (3.3)$$

$$\sigma_4^2 \leq \sigma_0^2 \wedge \sigma_5^2 \leq \sigma_4^2 - \text{условие интерполяции}, \quad (3.4)$$

где  $S_i$  – вес  $\vec{p}_i$ -й точки на зрачке. Вес точки на зрачке определяется площадью области зрачка, к которой привязана данная точка.

В случае выполнения условия интерполяции координаты луча в плоскости изображения формируются по результатам интерполяции и луч маркируется как удачно интерполированный. В дальнейшем такой луч может быть использован в качестве исходных данных для следующей интерполяции. В случае невыполнения условия интерполяции для данной точки на зрачке выполняется трассировка лучей.

В дополнение к адаптивной интерполяции в декартовых координатах был разработан вариант в полярных координатах, представленный на рисунке 5.

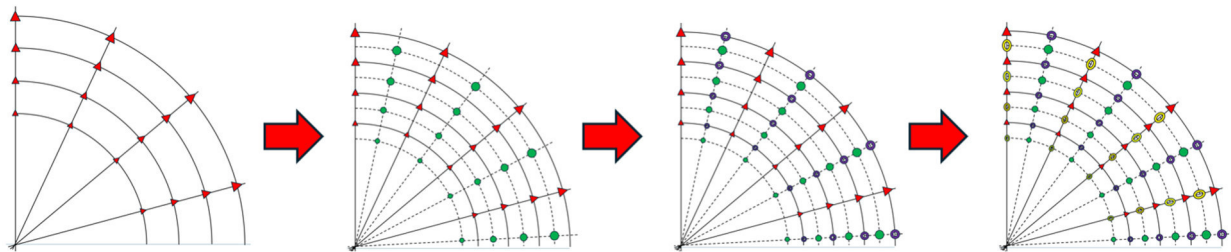


Рисунок 5. Пример формирования радиальной адаптивной сетки на входном зрачке

Адаптация, выполняемая на сетке, позволяет ограничить число трассируемых лучей для вычисления корректной оценки влияния паразитной засветки, вызванной бликом между заданной группой поверхностей, на качество изображения. В большинстве случаев для корректной оценки достаточно выполнить трассировку порядка 1000 лучей, которая позволяет оценить энергетику блика и его концентрацию. Оценка выполняется по параметрам энергетики и концентрации пятна рассеивания.

### 3. Расчет пропускания и оценка размеров блика по СКО в плоскости изображения

Энергетика оценивается по пропусканию оптической системы. Пропускание оптической системы  $\tau$  можно рассматривать как взвешенное отношение числа лучей, прошедших через оптическую систему, к общему числу лучей на входном зрачке. Косинусная зависимость освещенности зрачка от направления падения света в данном случае не рассматривается, поскольку для всех вариантов переотражений между поверхностями эта величина постоянная и может быть добавлена позже в виде масштабного множителя при анализе влияния направления паразитной засветки. С учетом пропускания материалов стекла и отражения его поверхностей для заданной точки поля и длины волны можно записать:

$$\tau = \frac{\sum_{i=0}^N \prod_{j=1}^L \tau_j \prod_{k=1}^M T_k S_i}{\pi R_p^2}, \quad (3.5)$$

где  $R_p$  – радиус зрачка;

$N$  – число сегментов трассы луча;

$L$  – число линз;

$\tau_j$  – коэффициент пропускания линзы на длине трассы луча в стекле  $t_j$  и при заданном пропускании на единичную длину  $\tau_{0j}$  ( $\tau_j = \tau_{0j}^{t_j}$ );

$M$  – число поверхностей линз, граничащих с двумя различными средами;

$T_k$  – коэффициент пропускания на границе стекла, который определяется либо по «зеркальной» двунаправленной функции пропускания (ДФП) покрытия, либо по формуле Френеля при отсутствии покрытия.

Для неполяризованного света

$$T_k = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{n_{k1} \cos \theta_{k1} - n_{k2} \cos \theta_{k2}}{n_{k1} \cos \theta_{k1} + n_{k2} \cos \theta_{k2}} \right|^2 + \left| \frac{n_{k1} \cos \theta_{k2} - n_{k2} \cos \theta_{k1}}{n_{k1} \cos \theta_{k2} + n_{k2} \cos \theta_{k1}} \right|^2 \right), \quad (3.6)$$

где  $\theta_{k1}$  и  $\theta_{k2}$  – угол падения и преломления соответственно. Углы вычисляются исходя из соотношения

$$\vec{s}_{k2} n_{k2} = \vec{s}_{k1} n_{k1} + \gamma \vec{N}_k,$$

где  $n_{k1}$  – показатель преломления стекла со стороны падения света;

$n_{k2}$  – показатель преломления стекла со стороны, противоположной падению света;

$\vec{N}_k$  – единичный вектор нормали в точке падения луча на поверхность;

$\vec{s}_{k1}$  и  $\vec{s}_{k2}$  – единичные векторы падающего и преломленного луча;

$\gamma$  – нормировочный коэффициент, обеспечивающий «единичность» всех векторов.

В случае интерполяции пропускание вычисляется аналогично (3.1), причем пропускание для точки на зрачке может также являться частью критерия возможной интерполяции по аналогии с (3.4).

$$\langle \tau \rangle_4 = \frac{\tau_1 S_1 + \tau_2 S_2 + \tau_3 S_3 + \tau_4 S_4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}, \quad (3.7)$$

Концентрация лучей в изображении блика оценивается по среднеквадратичному отклонению точек на изображении:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=0}^N S_i (\tilde{t}_i)^2}{\sum_{i=0}^N S_i} - \left( \frac{\sum_{i=0}^N S_i \tilde{t}_i}{\sum_{i=0}^N S_i} \right)^2, \quad (3.8)$$

где  $N$  – число лучей, попавших на изображение;

$\sigma^2$  вместе с пропусканием дает некоторую среднюю оценку влияния паразитного излучения на качество изображения.

Кроме того, опционально вычисляются значения пропускания системы в радиусе  $\frac{\sigma}{2}$ ,  $\sigma$  и  $2\sigma$ . Поскольку оценка влияния паразитного излучения на качество изображения выполняется при малом числе лучей на входном зрачке, то параметры концентрации лучей и пропускания оптической системы позволяют отсеять большинство комбинаций поверхностей, не формирующих блики, что на порядки ускоряет процесс расчета бликов.

### Результаты экспериментов

Расчеты бликов с использованием предложенного алгоритма были проведены для шестилинзового объектива «Двойной Гаусс» с фокусным расстоянием 100 мм и относительным отверстием 1:3 и полем зрения  $2\omega = 28^\circ$ . Конструктивные параметры объектива представлены в таблице. Оптическая схема объектива с номерами поверхностей приведена на рисунке 6.

Конструктивные параметры объектива

№ поверхности	Радиус кривизны	Толщина	Марка стекла	Световой диаметр
1	54.15325	8.746658	SK2	58.45
2	152.5219	0.5		56.28

Окончание таблицы

№ поверхности	Радиус кривизны	Толщина	Марка стекла	Световой диаметр
3	35.95062	14	SK16	48.59
4	$\infty$	3.776966	F5	42.59
5	22.26992	14.25306		29.83
6	$\infty$	12.42813		20.45
7	-25.68503	3.776966	F5	26.37
8	$\infty$	10.83393	SK16	32.93
9	-36.98022	0.5		37.85
10	196.4173	6.858175	SK16	42.62
11	-67.14755	57.31454		43.29
Изображение	$\infty$			49.14

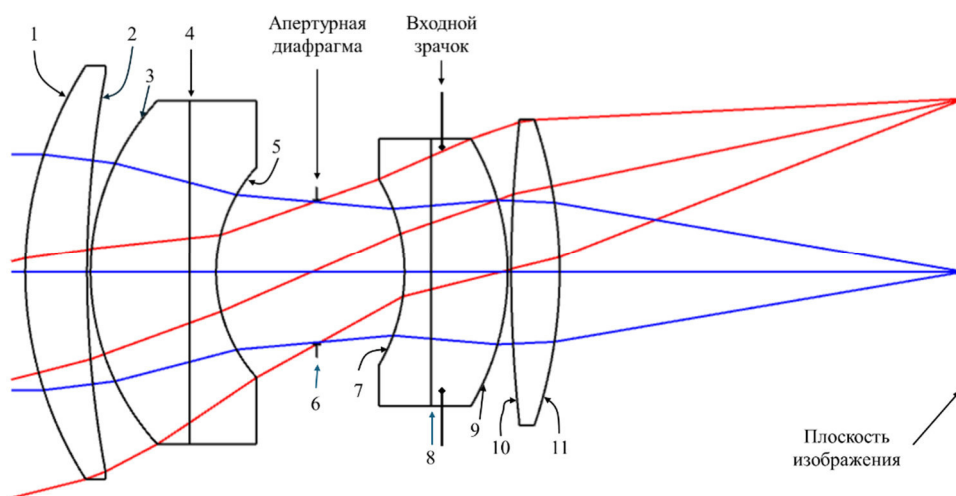


Рисунок 6. Оптическая схема объектива

Входной зрачок диаметром 33.33 мм расположен на расстоянии 58.93976 мм от первой поверхности.

На рисунке 7 представлены результаты расчета бликов с использованием грубой сетки на входном зрачке и с применением интерполяции многократно увеличивающей разрешение сетки. Расчеты производились на компьютере с восьмиядерным процессором AMD Ryzen 9 5000 и 32 Гб оперативной памяти. В данном примере рассчитывался блик второго порядка, возникающий при переотражении между седьмой и пятой поверхностями. Шестая поверхность – апертурная диафрагма. Угол засветки  $\omega = 10^\circ$  попадает в поле зрения объектива. Размер изображения 35x35 мм. Разрешение на изображении 501x501.

Результаты расчета бликов с углами засветки вне поля зрения объектива  $\omega = 20^\circ$  и  $\omega = 30^\circ$  приведены на рисунках 8 и 9 соответственно.

На рисунке 10 представлены результаты сравнения изображений бликов, возникающих при переотражении между 7-й и 5-й поверхностями для угла засветки  $\omega = 10^\circ$  внутри поля зрения. Время расчета изображения, полученного с использованием алгоритма адаптивной интерполяции, составило 1285 миллисекунд, а время расчета с использованием стохастической трассировки – 16 часов. В стохастической трассировке лучей был установлен критерий, который отслеживает только один блик (второго порядка).

На рисунке 11 представлены результаты сравнения изображений бликов, возникающих при переотражении между 11-й и 9-й поверхностями для угла засветки  $\omega = 20^\circ$  вне поля зрения.

Время расчета изображения, полученного с использованием алгоритма адаптивной интерполяции, составило 1007 миллисекунд, а время расчета с использованием стохастической трассировки – 12 часов.



		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 10^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 32 x 32</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 5 6 -7 -6 5 6 7 8 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.412162</math></p> <p>Центр тяжести: <math>x = 0, y = -13.946711</math></p> <p>СКО от центра тяжести:  <math>\sigma_x = 7.329427, \sigma_y = 5.182688</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 15.755357</math></p> <p>Время расчета: 8мс</p>
а)	б)	в)
		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 10^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 8192 x 8192</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 5 6 -7 -6 5 6 7 8 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.419743</math></p> <p>Центр тяжести: <math>x = 0, y = -13.96032</math></p> <p>СКО от центра тяжести:  <math>\sigma_x = 7.522507, \sigma_y = 5.319216</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 15.858076</math></p> <p>Время расчета: 1285мс</p>
г)	д)	е)

Рисунок 7. Формирование блика методом интерполяции: а) исходная (грубая) сетка лучей на входном зрачке; б) изображение блика, построенное по исходной сетке входных лучей; в) условия и результаты расчета блика по грубой сетке; г) интерполированная сетка с увеличенным разрешением; д) изображение блика, построенное по интерполированной сетке; е) условия и результаты расчета блика по интерполированной сетке

		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 20^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 32 x 32</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 -11 -10 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.125676</math></p> <p>Центр тяжести: <math>x = 0, y = 11.0855</math></p> <p>СКО от центра тяжести:  <math>\sigma_x = 7.1966, \sigma_y = 5.0888</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 17.8503</math></p> <p>Время расчета: 8мс</p>
а)	б)	в)
		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 20^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 8192 x 8192</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 -11 -10 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.124943</math></p> <p>Центр тяжести: <math>x = 0, y = 11.0045</math></p> <p>СКО от центра тяжести:  <math>\sigma_x = 7.2516, \sigma_y = 5.1277</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 17.1694</math></p> <p>Время расчета: 1007мс</p>
г)	д)	е)

Рисунок 8. Формирование блика внеполевой засветки  $\omega = 20^\circ$ : а) исходная (грубая) сетка лучей на входном зрачке; б) изображение блика, построенное по исходной сетке входных лучей; в) условия и результаты расчета блика по грубой сетке; г) интерполированная сетка с увеличенным разрешением; д) изображение блика, построенное по интерполированной сетке; е) условия и результаты расчета блика по интерполированной сетке

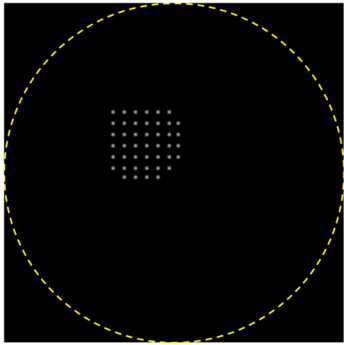
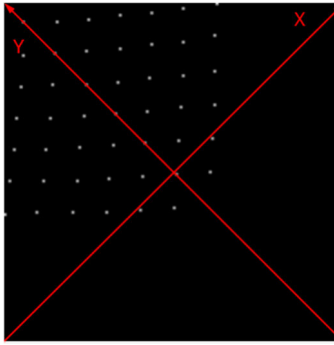
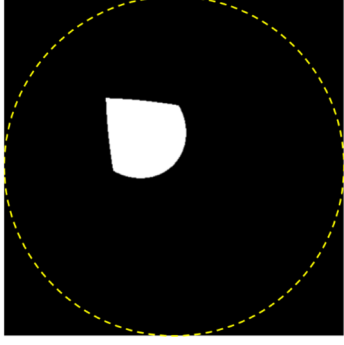
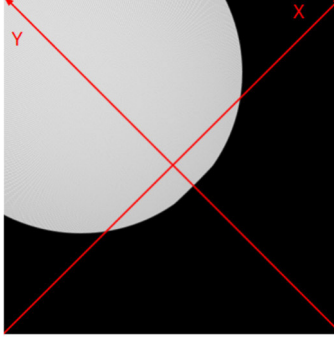
		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 30^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 32 x 32</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 -5 -4 -3 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.062162</math></p> <p>Центр тяжести:</p> <p><math>x = 0, y = 6.406597</math></p> <p>СКО от центра тяжести:</p> <p><math>\sigma_x = 9.217027, \sigma_y = 6.517423</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 12.924495</math></p> <p>Время расчета: 8мс</p>
а)	б)	в)
		<p>Параметры расчета</p> <p><math>\omega = 30^\circ</math></p> <p>Сетка на входном зрачке: 8192 x 8192</p> <p>Трасса: 1 2 3 4 -5 -4 -3 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11</p> <p>Пропускание: <math>\tau = 0.062445</math></p> <p>Центр тяжести:</p> <p><math>x = 0, y = 6.378792</math></p> <p>СКО от центра тяжести:</p> <p><math>\sigma_x = 9.501703, \sigma_y = 6.718719</math></p> <p>СКО от центра изображения: <math>\sigma = 13.101922</math></p> <p>Время расчета: 586мс</p>
г)	д)	е)

Рисунок 9. Формирование блика внеполевой засветки  $\omega = 30^\circ$ : а) исходная (грубая) сетка лучей на входном зрачке; б) изображение блика, построенное по исходной сетке входных лучей; в) условия и результаты расчета блика по грубой сетке; г) интерполированная сетка с увеличенным разрешением; д) изображение блика, построенное по интерполированной сетке; е) условия и результаты расчета блика по интерполированной сетке

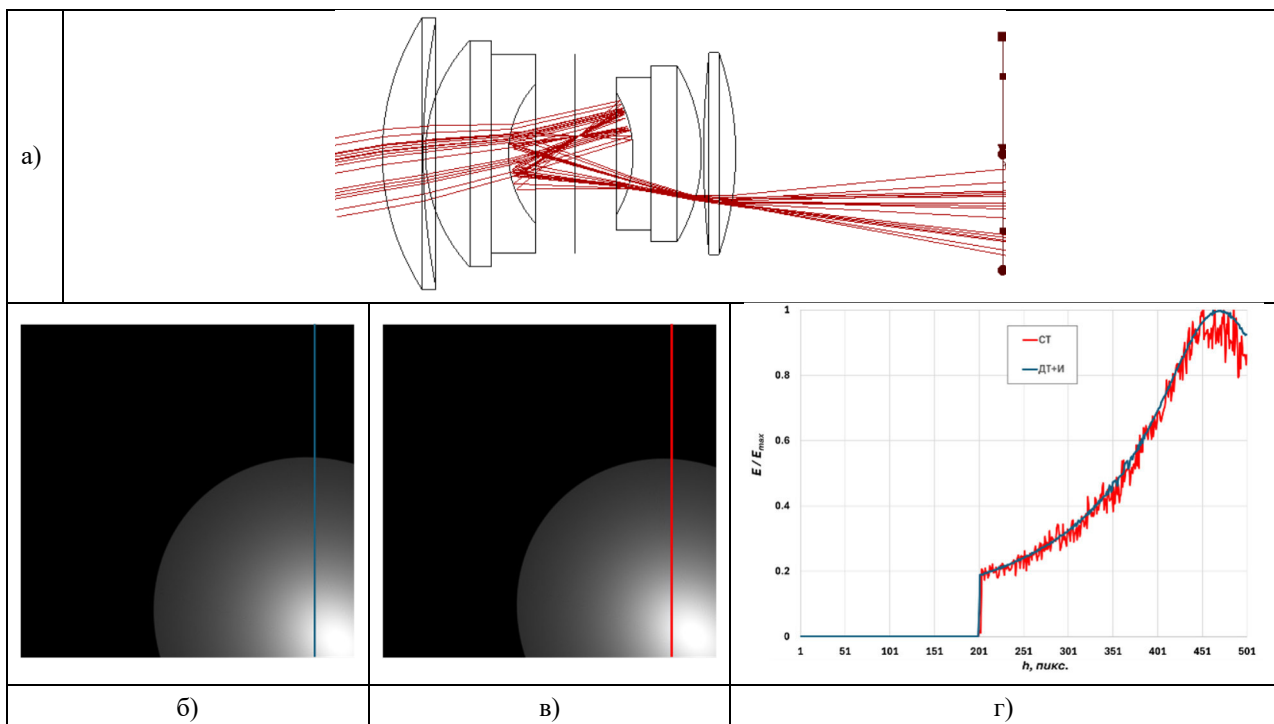


Рисунок 10. Сравнение изображения внутриполевых бликов 2-го порядка для угла засветки  $\omega = 10^\circ$  (а), полученных с использованием алгоритма адаптивной интерполяции (б) и с использованием стохастической трассировки (в), сравнение относительного распределения освещенности в вертикальном сечении (г)



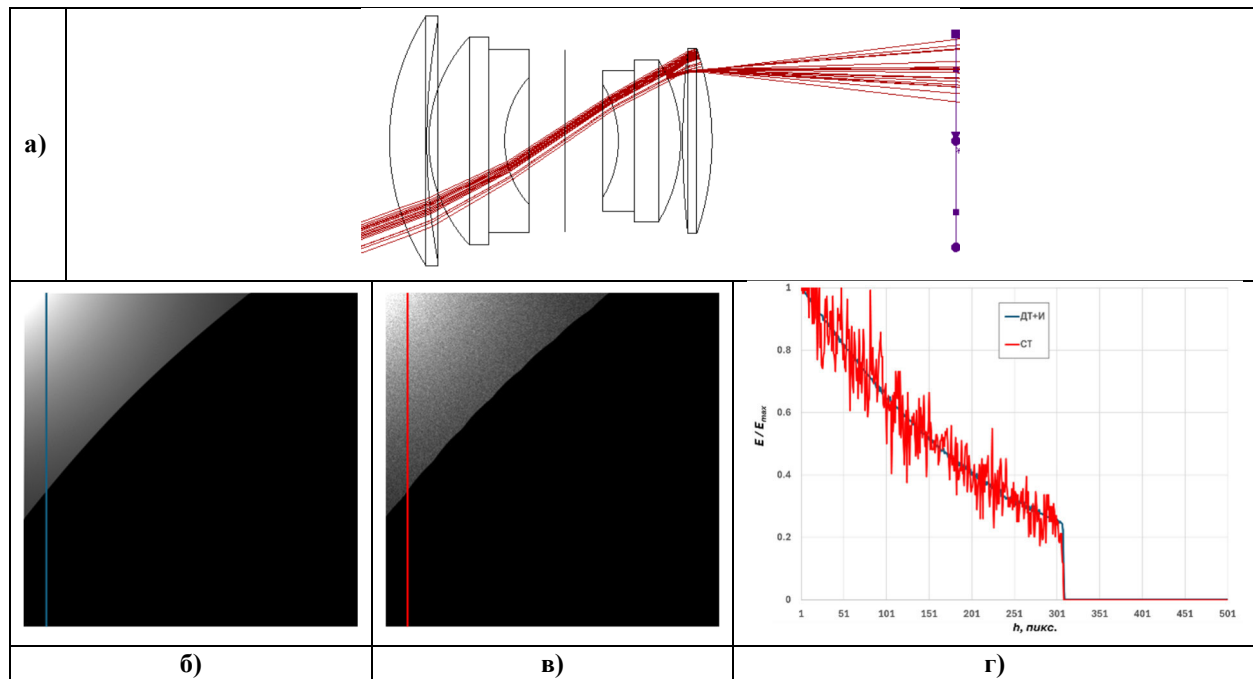


Рисунок 11. Сравнение изображения внутривольных бликов 2-го порядка для угла засветки  $\omega = 20^\circ$  (а), полученных с использованием алгоритма адаптивной интерполяции (б) и с использованием стохастической трассировки (в)

### Заключение

Алгоритм, представленный в данной работе, отличается от большинства существующих решений скоростью расчета и возможностью анализировать отдельные блики, возникающие между двумя и более поверхностями. В отличие от стохастических методов, данное решение требует определения поверхностей, между которыми ожидается появление блика. Несмотря на кажущееся неудобство, данное решение имеет ряд существенных преимуществ перед стохастическими методами, которые с достаточно низкой эффективностью оценивают и смешивают результаты расчета всех возможных вариантов переотражения света в рамках одного вычислительного процесса. Основным преимуществом предлагаемого решения является то, что появляется возможность выделить пары (в ряде случаев четверки) поверхностей, создающих основную паразитную засветку, и оценить их влияние на качество изображения. Кроме того, адаптивный подход к распределению координат начала луча на входном зрачке позволяет значительно ускорить процесс расчета. Высококачественные изображения бликов могут быть получены в сотни (в ряде случаев в тысячи) раз быстрее, чем методами стохастической трассировки лучей. Принимая во внимание адаптивность подхода, анализ блика (т.е. необходимость его расчета между заданными парами поверхностей) может быть выполнен за единицы миллисекунд с точностью оценки его СКО и пропускания до второго знака после запятой. Поэтому данное решение может быть использовано не только как средство анализа блика, но и как часть оптимизационного критерия в процессе автоматического проектирования оптических систем.

### Список литературы

1. Fest, E.C. Stray Light Analysis and Control; SPIE Press: Bellingham, WA, USA, 2013; 212p.
2. Zeng, C.; Xia, G.; Zhong, X.; Li, L.; Qu, Z.; Yang, Q.; Wang, Y. Fast Stray Light Performance Evaluation Based on BSDF and Radiative Transfer Theory. *Sensors* 2023, 23, 9182. <https://doi.org/10.3390/s23229182>
3. Davenport, T. L. R.; Cassarly, W. J.; Crowther, B. Simulation-based computation of the glare spread function in camera systems, Proc. SPIE 12913, Optical Architectures for Displays and Sensing in Augmented, Virtual, and Mixed Reality (AR, VR, MR) V. 12 March 2024, 1291314. <https://doi.org/10.1117/12.3002837>
4. Li, J.; Yang, Y.; Qu, X.; Jiang, C. Stray Light Analysis and Elimination of an Optical System Based on the Structural Optimization Design of an Airborne Camera. *Appl. Sci.* 2022, 12, 1935. <https://doi.org/10.3390/app12041935>
5. Côté, G.; Lalonde, J.; Thibault, S. Deep learning-enabled framework for automatic lens design starting point generation. *Opt. Express* 2021. 29, 3841-3854.
6. Nguyen, D. H.; Bakhodhin, A. V. Calculation automation of “cemented doublet with a singlet” and “singlet with a cemented doublet” objectives. *J. Opt. Technol.* 2023. 90, 6-13.