

# Влияние точности оценивания координат опорных участков на точность совмещения изображений

П.В. Бабаян<sup>1</sup>, Е.С. Кожина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО РГРТУ им. В.Ф. Уткина, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1, 390005, Россия

## Аннотация

Рассмотрена проблема оценивания точности геометрического совмещения изображений при использовании методов совмещения, базирующихся на выборе опорных участков. В качестве математической модели геометрических преобразований изображений применяется преобразование масштаба-смещения, характерное для стационарных систем видеонаблюдения, оснащенных поворотным устройством и камерой с переменным фокусным расстоянием. Выбор опорных участков осуществляется многоэталонным алгоритмом со случайным поиском эталонов. Приведены выражения для корреляционной матрицы ошибок определения параметров геометрических преобразований и корреляционных матриц ошибок совмещения в различных точках изображения. Получена зависимость дисперсии ошибок совмещения от координат опорных участков. Экспериментальные исследования выполнены на натуральных изображениях, сформированных в системе контроля за движением автомобилей. Полученные результаты могут быть использованы при разработке алгоритмов стабилизации изображений, выделения движущихся объектов, обнаружения изменений сцен.

## Ключевые слова

Точность оценивания, многоэталонный алгоритм, опорный участок, совмещение изображений, корреляционная матрица.

# Influence of the Accuracy of Estimation of Coordinates of Reference Areas on the Accuracy of Image Registration

P.V. Babayan<sup>1</sup>, E.S. Kozhina<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Ryazan, Gagarina str., 59/1, 390005, Russia

## Abstract

The problem of estimating the accuracy of geometric registration of images when using registration methods based on the choice of reference areas is considered. As a mathematical model of geometric transformations of images, a scale-shift transformation is used, which is typical for stationary video surveillance systems equipped with a rotary device and a camera with a variable focal length. The choice of reference areas is carried out by a multi-reference algorithm with a random search for reference points. Expressions are given for the correlation matrix of errors in determining the parameters of geometric transformations and the correlation matrices of alignment errors at different points of the image. The dependence of the variance of the alignment error on the coordinates of the reference areas is obtained. Experimental studies were carried out on full-scale images formed in the vehicle traffic control system. The results obtained can be used in the development of algorithms for image stabilization, selection of moving objects, detection of scene changes.

ГрафиКон 2023: 33-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению, 19-22 сентября 2023 г., Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия

EMAIL: pvbradio@yandex.ru (П.В. Бабаян<sup>1</sup>); kozhina.e.s@rsreu.ru (Е.С. Кожина<sup>1</sup>)

ORCID: 0000-0003-4041-3101 (П.В. Бабаян<sup>1</sup>); 0000-0003-4498-2694 (Е.С. Кожина<sup>2</sup>)



© 2023 Copyright for this paper by its authors.

Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

**Keywords**

Estimation accuracy, multi-reference algorithm, reference area, image registration, correlation matrices.

## 1. Введение

Геометрическое совмещение является важным этапом при решении широкого диапазона задач анализа изображений и видеопоследовательностей. Среди них задачи электронной стабилизации изображений [1], обнаружения движущихся объектов [2] и изменений [3]. Для совмещения изображений необходимо получить достаточно точную оценку параметров геометрических преобразований, и эта точность является определяющей для повышения качества решения перечисленных задач. Анализ источников показывает, что при использовании оценок параметров геометрических преобразований обычно предполагается, что ошибка совмещения незначительна, либо ее статистические характеристики постоянны для всего кадра [2]. Степень корректности этих предположений зависит от выбранного алгоритма определения параметров геометрических преобразований.

Распространены два основных класса таких алгоритмов. Алгоритмы, относящиеся к первому классу, основаны на глобальном оценивании параметров преобразований, при этом изображения сопоставляются целиком с применением различных функций сходства: разностных, корреляционных, и других [4]. В таком случае, как правило, точность совмещения высока, и можно говорить о постоянстве ее статистических характеристик по всей площади изображения. Попытки снизить вычислительные затраты при совмещении изображений привели к появлению второго класса алгоритмов, основанных на сопоставлении опорных участков. Для поиска опорных участков широко используются методы на основе инвариантных дескрипторов SIFT, SURF, ORB, FAST [5], и методы случайного выбора [6]. После нахождения и сопоставления опорных участков параметры геометрических преобразований определяются путем решения системы алгебраических уравнений. При использовании алгоритмов второго класса точность определения параметров геометрических преобразований и точность совмещения изображений будут зависеть от фактического расположения выбранных участков. Очевидно, что в зоне, где сосредоточена основная часть опорных участков, точность совмещения выше, чем в зонах, удаленных от них. Игнорирование этого факта может приводить к ошибкам решения задач, основанных на совмещении изображений, при этом наибольшую выраженность ошибки будут иметь в зонах резких границ. Указанные ошибки наблюдаются, например, на изображениях, представленных в работе [3].

Целью настоящей работы является определение параметров точности поиска параметров геометрических преобразований и точности совмещения изображений в зависимости от фактического расположения опорных участков на изображении. При этом в качестве математической модели геометрических преобразований выбрано преобразование масштабирования - смещения, характерное для многих классов систем видеонаблюдения. Ниже будут получены выражения для нахождения корреляционной матрицы ошибок масштабирования и смещения. Затем на базе этой матрицы определены параметры корреляционной матрицы совмещения изображений для каждой его точки.

## 2. Многоэталонный алгоритм оценивания параметров преобразования масштаба-смещения

В данной работе для оценивания параметров геометрических преобразований масштаба-смещения используется многоэталонный алгоритм со случайным выбором опорных участков [6,7]. Приведем его краткую характеристику. В основе алгоритма лежит выбор на изображении по определённому критерию опорных участков и определение их положения от кадра к кадру. Для сокращения вычислительных затрат при поиске новых опорных участков их координаты выбираются случайным образом. На основании оценки положения участков производится оценка параметров масштабирования и смещения изображения. После определения и уточнения координат всех опорных участков на основе модели преобразования составляется система

линейных алгебраических уравнений, связывающая положение эталонов в текущем и предшествующем кадрах [7].

Рассмотрим математическую модель преобразования масштабирования-смещения. Для координат опорных участков

$$\begin{aligned}x'_i &= \lambda x_i + \alpha; \\y'_i &= \lambda y_i + \beta,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $x_i, y_i$  – координаты опорных участков на исходном изображении,  $x'_i$  и  $y'_i$  – координаты опорных участков на текущем изображении,  $\lambda$  – изменение масштаба,  $\alpha$  – смещение по оси  $x$ ,  $\beta$  – смещение по оси  $y$ .

Вектор геометрических преобразований для масштаба и смещения на изображении равен  $U = [\lambda \ \alpha \ \beta]^T$ .

Система уравнений для поиска вектора  $U$  в матричной форме имеет вид  $HU = Z$ , где

$$Z = [x'_1 \ y'_1 \ \dots \ x'_n \ y'_n]^T, \quad H = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & \dots & x_n & y_n \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Решение системы уравнений можно получить из выражения  $\mathcal{U} = (H^T H)^{-1} H^T Z$  [8].

Анализ точности оценивания параметров  $U$  сводится к определению корреляционной матрицы  $K_U = M[(\mathcal{U} - M[\mathcal{U}])(\mathcal{U} - M[\mathcal{U}])^T]$ , которую можно найти из выражения:

$$K_U = (H^T H)^{-1} H^T K_Z H (H^T H)^{-1}, \quad (2)$$

где  $K_U$  – матрица корреляции,  $K_Z$  – корреляционная матрица вектора  $Z$ .

Предполагая, что величины  $x'_n$  и  $y'_n$  в векторе  $Z$  некоррелированы и в каждом измерении имеют одну и ту же дисперсию  $\sigma_Z^2$ , получим  $K_Z = \sigma_Z^2 E$ , тогда

$$K_U = (H^T H)^{-1} H^T H (H^T H)^{-1} \cdot \sigma_Z^2 = (H^T H)^{-1} \cdot \sigma_Z^2, \quad (3)$$

где  $\sigma_Z^2$  – дисперсия оценки координат опорных участков.

Таким образом, чтобы получить корреляционную матрицу  $K_U$ , необходимо найти матрицу  $(H^T H)^{-1}$ .

После ряда преобразований получим:

$$(H^T H)^{-1} = \frac{1}{\sum(x_i^2 + y_i^2)} \times \begin{pmatrix} 1 & -M_x & -M_y \\ -M_x & \mu_{2,x} + \sigma_y^2 & M_x \cdot M_y \\ -M_y & M_x \cdot M_y & \mu_{2,y} + \sigma_x^2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\overset{\circ}{x}_i = x_i - M_x$ ,  $\overset{\circ}{y}_i = y_i - M_y$  – центрирование координаты опорных участков,  $M_x, M_y$  – средние значения величин  $x_i, y_i$ ,  $\mu_2$  – второй начальный момент,  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  – дисперсия величин  $x_i, y_i$ .

Корреляционная матрица равна:

$$K_U = \frac{\sigma_Z^2}{\sum(x_i^2 + y_i^2)} \times \begin{pmatrix} 1 & -M_x & -M_y \\ -M_x & \mu_2(x) + \sigma_y^2 & M_x \cdot M_y \\ -M_y & M_x \cdot M_y & \mu_2(y) + \sigma_x^2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Из представленной выше формулы видно, что чем больше значение суммы  $\overset{\circ}{x}_i^2 + \overset{\circ}{y}_i^2$ , тем меньше значения в  $K_U$ , и тем точнее работает алгоритм, т.е. ошибка совмещения изображений будет стремиться к нулю при росте расстояния между опорными участками.

Таким образом, высокой точности совмещения можно добиться в том случае, когда опорные участки будут максимально разнесены по площади изображения. Если по какой-либо причине

опорные участки группируются в определенной зоне изображения, то элементы корреляционной матрицы  $K_U$  будут увеличиваться, что говорит о возрастании ошибки совмещения изображений и ухудшении точности работы алгоритма.

При смещении системы координат в точку  $(M_x, M_y)$  корреляционная матрица принимает наиболее простую форму:

$$K_U = \frac{\sigma_z^2}{\sum(x_i^2 + y_i^2)} \text{diag}(1, \sigma_x^2 + \sigma_y^2, \sigma_y^2 + \sigma_x^2), \quad (6)$$

где по главной диагонали располагаются значения геометрических преобразований для масштаба, смещения по оси  $x$  и  $y$  соответственно. Таким образом, в системе координат, центрированной относительно  $(M_x, M_y)$ , ошибки оценивания  $U$  не коррелированы.

### 3. Оценивание точности совмещения изображений

Выполним оценку точности совмещения изображений с помощью эллипсов рассеивания. Используя математическую модель (1) и переходя к центрированным относительно  $(M_x, M_y)$  значениям координат, получим:

$$\sigma^2(x') = x^2 \sigma^2(\lambda) + \sigma^2(\alpha); \quad (7)$$

$$\sigma^2(y') = y^2 \sigma^2(\lambda) + \sigma^2(\beta),$$

$$K(x', y') = x y \sigma_\lambda^2. \quad (8)$$

После того, как величины (7) и (8) определены, можно переходить к построению эллипсов рассеивания, которые характеризуют степень неопределенности совмещения изображений. Угол поворота эллипса относительно главной оси определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctg \frac{2K(x', y')}{\sigma^2(x') - \sigma^2(y')}. \quad (9)$$

Длины малой ( $\sigma_\xi^2$ ) и большой ( $\sigma_\eta^2$ ) полуосей эллипсов рассеивания можно вычислить из выражений

$$\sigma_\xi^2 = \sigma^2(x') \cos^2 \varphi + K(x', y') \cdot \sin 2\varphi + \sigma^2(y') \sin^2 \varphi, \quad (10)$$

$$\sigma_\eta^2 = \sigma^2(x') \sin^2 \varphi - K(x', y') \cdot \sin 2\varphi + \sigma^2(y') \cos^2 \varphi.$$

### 4. Экспериментальные исследования

Для иллюстрации зависимости размеров эллипсов рассеивания от выбора опорных участков использовалась пара изображений размером 692x692 из натурального видеосюжета, на котором опорные участки выбирались по-разному: в первом случае они выбирались только в центре изображения размером 150x150, во втором случае опорные участки располагались по всему изображению. Сюжет снят на камеру видимого диапазона. Масштабирование изображения производилось относительно его центра.

По координатам опорных участков оценивались параметры корреляционной матрицы, приведенные в разделе 2, и затем на основе полученных данных были построены эллипсы рассеивания. Значение  $\sigma_z$  было принято равным 0.5. Полученные корреляционные матрицы для первого и второго случая приведены ниже.

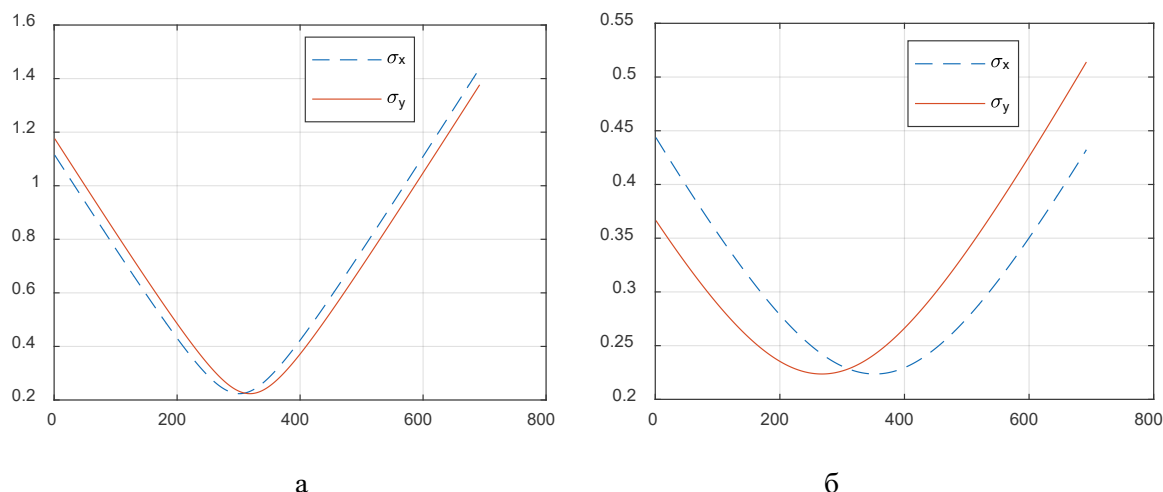
Для случая 1:

$$K_U = \begin{pmatrix} 1.7940 * 10^{-5} & -0.0059 & -0.0057 \\ -0.0059 & 0.0500 & 1.8676 \\ -0.0057 & 1.8676 & 0.0500 \end{pmatrix}.$$

Для случая 2:

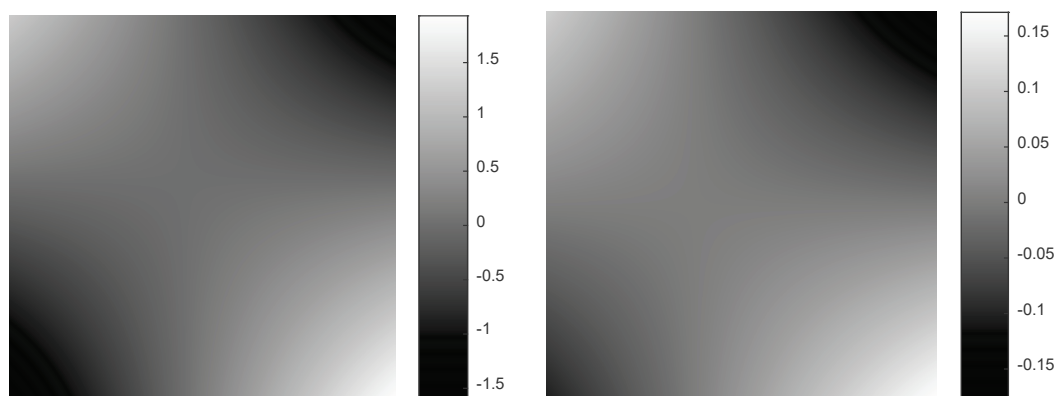
$$K_U = \begin{pmatrix} 7.3348 * 10^{-6} & -0.0027 & -0.0014 \\ -0.0027 & 0.0500 & 0.5010 \\ -0.0014 & 0.5010 & 0.0500 \end{pmatrix}.$$

На рисунке 1а приведены графики изменения СКО координат  $x$  и  $y$  для первого случая, на рисунке 1б – для второго случая.



**Рисунок 1** – Графики изменения дисперсий для первого случая (а) и второго случая (б)

Рисунок 2 характеризует распределение значения корреляции  $K(x', y')$ , слева представлено изображение для первого случая, справа – для второго.



**Рисунок 2** – Графики изменения параметра  $K(x', y')$  для первого (слева) и второго (справа) случая

На рисунке 3 приведены эллипсы рассеивания для двух случаев. Для наглядности размеры полуосей эллипсов увеличены в 30 раз. Желтыми крестиками на изображениях отмечены центры расположения опорных участков, красной звездочкой показан центр эталонов, эллипсы рассеивания изображены зеленым цветом.



**Рисунок 3** – Эллипсы рассеивания: а – для случая 1; б – для случая 2

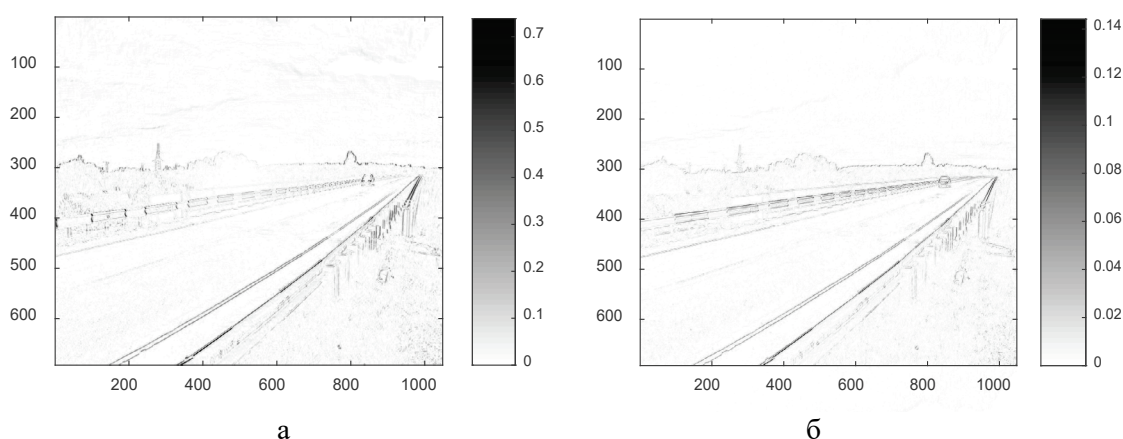
В первом случае эллипсы направлены большей полуосью к центру изображения и при отдалении от центра увеличиваются в размерах, что соответствует увеличению ошибки совмещения. Во втором случае эллипсы распределены равномерно по изображению и имеют примерно равный размер, соответственно, ошибка оценивания в таком случае гораздо меньше.

Для того, чтобы показать зависимость качества совмещения изображений от выбора опорных участков использовалась пара изображений размером 692x1048 (рисунок 4). На рисунке 4а приведен исходный кадр из видеосюжета. Изображение на рисунке 4б получено после применения к исходному кадру коэффициента масштабирования.

На рисунке 5 показан модуль разности изображений после преобразования первого изображения для двух случаев. Для наглядности изображения выведены в серой цветовой гамме, где белый цвет отвечает за совпадение пикселей, а черный – за отличие. Чем выше значение пикселя, тем больше значение ошибки совмещения.



**Рисунок 4** – Кадр изображения: а) исходный кадр; б) кадр, полученный после масштабирования



**Рисунок 5** – Совмещение изображений: а) для случая 1; б) для случая 2

Из рисунка 5 видно, что максимальная разность изображений в первом случае в 5-6 раз больше, чем во втором. Это подтверждает сделанный ранее вывод о том, что чем больше зона выбора опорных участков, тем меньше ошибка оценивания.

## 5. Заключение

В работе представлены теоретические и экспериментальные результаты оценивания точности совмещения изображений при использовании методов совмещения, основанных на выборе опорных элементов. Представлены выражения для определения корреляционных матриц ошибок. Показан характер возрастания ошибок при удалении от усредненного центра опорных элементов. Теоретические результаты исследования подтверждены экспериментально. Дальнейшим развитием работы является рассмотрение более сложных видов геометрических преобразований (евклидово, проективное, эластичное), а также учет полученных ошибок в алгоритмах выделения и обнаружения объектов.

## 6. Список источников

- [1] Wilko Guilluy, Laurent Oudre, Azeddine Beghdadi (2021) Video stabilization: Overview, challenges and perspectives *Signal Processing: Image Communication* Volume 90, January 2021, 116015 <https://doi.org/10.1016/j.image.2020.116015>.
- [2] Babayan P.V., Kozhina E.S. A Study of the Automatic Object Extraction Algorithm on the Image Sequence Under Scaling Transformations // 2023 25th International Conference on Digital Signal

- Processing and its Applications (DSPA). – IEEE, 2023. – С. 1-4. DOI: 10.1109/DSPA57594.2023.10113422.
- [3] Han, Y.; Javed, A.; Jung, S.; Liu, S. Object-Based Change Detection of Very High Resolution Images by Fusing Pixel-Based Change Detection Results Using Weighted Dempster–Shafer Theory. *Remote Sens.* 2020, 12, 983. <https://doi.org/10.3390/rs12060983>.
- [4] G. D. Evangelidis and E. Z. Psarakis, "Parametric Image Alignment Using Enhanced Correlation Coefficient Maximization," in *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 30, no. 10, pp. 1858-1865, Oct. 2008, doi: 10.1109/TPAMI.2008.113.
- [5] Y.-J. Zhang, "Handbook of Image Engineering," 2021, doi: 10.1007/978-981-15-5873-3.
- [6] Стротов В.В. Сравнение двух структурных алгоритмов оценки параметров геометрических преобразований изображений // *Цифровая обработка сигналов*. – 2013. -№3. – С.21-25.
- [7] Стротов В. В. Оценивание параметров смещения изображения в задачах выделения движущихся объектов // *Вестник РГРТУ*. – 2008. – №. 1. – С. 30-37.
- [8] Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., перераб и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 496 с.: ил.