

Сравнительный анализ компактных дескрипторов для защиты векторной карты

А.С. Асанов¹, Ю.Д. Выборнова¹, В.А. Федосеев^{1,2}

¹ Самарский университет, Московское шоссе 34, Самара, 443086, Россия

² ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, 443001, Россия

Аннотация

Работа посвящена исследованию компактных дескрипторов векторной карты в качестве так называемого нулевого водяного знака (zero watermark) в задачах защиты цифровых картографических данных, а именно задачи защиты авторских прав и защиты от несанкционированных изменений. Применимость дескрипторов для защиты карты определяется характеристиками устойчивости их значений к различным трансформациям карты (добавление, удаление вершин и отдельных объектов, поворот карты, изменение порядка вершин объектов карты и пр.). Все рассмотренные дескрипторы основаны на использовании алгоритма Рамера-Дугласа-Пекера для выделения значимой части полигонов, определяющих форму объекта. В ходе экспериментальных исследований использовалась карта городской застройки, которая разбивалась на равные участки. Для каждого из них вычислялись компактные дескрипторы. Далее выполнялась процедура искажения карты, после чего проверялась устойчивость значений дескрипторов. Проведённые исследования выявили наилучший дескриптор для решения задачи авторских прав – среднее отношений площадей ограничивающих прямоугольников. Кроме того, в результате исследований предложены несколько сочетаний других дескрипторов, которые позволяют выявить определённые искажения векторной карты для обнаружения несанкционированных изменений. Также в работе предложена и исследована более эффективная по сравнению с базовым алгоритмом модификация алгоритма Рамера-Дугласа-Пекера.

Ключевые слова

Zero watermarking, защита векторной карты, защита данных ГИС, цифровой водяной знак.

Comparative Study of Compact Descriptors for Vector Map Protection

A.S. Asanov¹, Yu.D. Vybornova¹, V.A. Fedoseev^{1,2}

¹ Samara National Research University, Moskovskoe shosse 34, Samara, 443086, Russia

² IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Molodogvardeyskaya 151, Samara, 443001, Russia

Abstract

The paper is devoted to the study of compact descriptors of a vector map to be used as a zero watermark in the problems of cartographic data protection, namely, copyright protection and protection against unauthorized changes. The applicability of descriptors for these problems is determined by the characteristics of the resistance of their values to map transformations (adding, deleting vertices and individual objects, rotating the map, changing the order of the vertices of map objects, etc.). All descriptors are based on the use of the Ramer-Douglas-Pecker algorithm to extract a significant part of the polygons that determine the shape of the object. In our experimental studies,

ГрафиКон 2022: 32-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению, 19-22 сентября 2022 г., Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, Рязань, Россия

EMAIL: alanlox1882@gmail.com (А.С. Асанов); vybornovamail@gmail.com (Ю.Д. Выборнова); vicanfed@gmail.com (В.А. Федосеев)
ORCID: 0000-0002-6959-4498 (А.С. Асанов); 0000-0003-2134-4585 (Ю.Д. Выборнова); 0000-0003-1750-1920 (В.А. Федосеев)



© 2022 Copyright for this paper by its authors.
Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

a map of urban development was used, which was divided into equal sections. Compact descriptors were calculated for each of them. Next, the map distortion procedure was performed, after which the stability of the descriptor values was checked. The conducted studies revealed the best descriptor for solving the copyright protection problem, as well as several combinations of other descriptors to identify certain distortions of the vector map. In addition, a modification of the Ramer-Douglas-Pecker algorithm, which is more efficient than the basic algorithm, is proposed.

Keywords

Zero watermarking, vector map protection, GIS.

1. Введение

На сегодняшний день в цифровой экономике широко применяются картографические данные, которые в основном хранятся и обрабатываются в геоинформационных системах (ГИС) [1], а также публикуются при помощи специализированных веб-сервисов (публичная кадастровая карта Росреестра, 2ГИС, Яндекс.Карты и пр.). Создание и актуализация тематических цифровых карт определённого участка местности – это трудоёмкая задача. Наиболее часто используемыми источниками данных для её решения являются бумажные планшеты, космические снимки, устаревшие цифровые карты, смежные цифровые карты другой тематической категории, открытые векторные данные неподтверждённой достоверности (например, OpenStreetMap). Несмотря на развитие технологий автоматизации рутинных операций, в частности, методов искусственного интеллекта, создание цифровой карты по-прежнему в значительной степени выполняется вручную опытными инженерами-картографами. Это объясняется сложностью задачи комплексирования разнородных, недоопределённых и к тому же зачастую противоречащих друг другу данных. Поэтому ценность некоторых видов цифровых картографических данных является весьма высокой, что делает актуальными задачи защиты этих данных [2–6]. Дополнительную актуальность вопросам защиты придаёт возросший объём векторных данных, доступ к которым (открытый или по подписке) предоставляют широким массам пользователей картографические веб-сервисы. Если ещё 10-15 лет назад таких сервисов были единицы, а в открытом доступе доступен был лишь просмотр растеризированных векторных данных по протоколу Tile Map Service (TMS) [7], то в последние годы всё больше растёт объём использования технологии Mapbox Vector Tiles [8], а также многие данные могут быть свободно скачаны в формате KML.

Главными задачами защиты векторных карт, как и в целом защиты иных цифровых данных, являются защита авторских прав и защита от несанкционированного изменения [9,10]. Цель первой из них – подтвердить права автора или законного правообладателя данных в случае их кражи. Цель второй задачи – обнаружить поддельные картографические данные или поддельный фрагмент карты. Для решения этих задач в основном используются криптографические средства (цифровые подписи) [9,11], а также цифровые водяные знаки (ЦВЗ) [2,3].

В рамках настоящей работы мы сфокусировались на использовании для защиты карт особого подхода в рамках технологии цифровых водяных знаков – так называемого «нулевого встраивания ЦВЗ» (zero watermarking) [12–14]. Этот подход напоминает процедуру хеширования: для защищаемой карты вычисляется некоторая идентифицирующая информация (называемая дескриптором), которая впоследствии хранится отдельно в базе данных, доступной по подписке на запись и чтение. На этапе «извлечения» дескриптор вычисляется заново, после чего сформированный ЦВЗ посредством запроса к базе данных сравнивается с исходным. Например, в [6] вычисляется отношение расстояний между вершинами (feature vertex distance ratio, FVDR), после чего для большей секретности объединяется с битами ЦВЗ. В [15] ЦВЗ строится на основе триангуляции и вычисления локальных характеристик внутри каждого треугольника.

На практике в зависимости от того, какая из двух основных задач защиты данных представляет требует решения, ЦВЗ должен быть либо стойким ко всем трансформациям векторной карты (для защиты авторских прав), либо он должен разрушаться при определенных преобразованиях и таким образом сигнализировать о несанкционированных изменениях. Целью

настоящего исследования было определить, какие характеристики векторной карты полезно использовать при формировании ЦВЗ в рамках подхода zero watermarking в зависимости от решаемой задачи, а также от видов подделки карт, которые необходимо с помощью этого ЦВЗ детектировать (при решении второй задачи). Например, ЦВЗ, построенный на основе отношения расстояний между характерными вершинами полигонов, теоретически позволит детектировать только добавление и удаление нехарактерных вершин объектов, а ЦВЗ, построенный на основе среднего расстояния от центра ограничивающего прямоугольника до каждой вершины, позволит детектировать ещё и добавление, а также удаление характерных вершин. На основе результатов данного исследования можно сформировать рекомендации по выбору дескриптора карты, используемого в качестве zero watermark, в зависимости от специфики и условий использования картографических данных.

2. Алгоритм Рамера-Дугласа-Пекера и его модификация

2.1. Описание алгоритмов

В рассматриваемых в рамках настоящей работы дескрипторах в качестве составной части используется алгоритм Рамера-Дугласа-Пекера [16,17], предназначенный для сокращения избыточности описания векторного полигонального объекта путём уменьшения числа точек. Использование этого алгоритма в дескрипторах теоретически должно обеспечивать стойкость к небольшим изменениям объектов карты. Ниже рассмотрим более детально данный алгоритм, а также его модификацию, разработанную нами для устранения недостатков, проявляющихся при использовании данного алгоритма в составе дескрипторов.

Входом алгоритма Рамера-Дугласа-Пекера служат наиболее удалённые вершины в объекте (точки *A* и *B* на рисунке 1). Если таких вершин несколько, то выбираются те, которые были найдены первыми. Далее алгоритм находит вершину, наиболее удалённую от отрезка, соединяющего вершины, выбранные на первом шаге (точка *C* на рисунке 1). Далее рассчитывается отношение расстояния от точки до этого отрезка к длине самого отрезка (отношение *CD* к *AB* на рисунке 1). Если полученное значение меньше некоторого порога: $CD/AB < \alpha$, то все ранее не отмеченные вершины считаются *нехарактерными* и могут быть выброшены из конечного набора вершин оптимизированного объекта. Если же $CD/AB \geq \alpha$, то алгоритм рекурсивно вызывает себя для двух новых отрезков – *CA* и *CB*. Результатом работы алгоритма будет объект, состоящий только из *характерных* вершин.

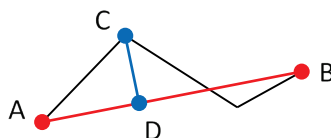


Рисунок 1 – Иллюстрация алгоритма Рамера-Дугласа-Пекера

Недостатком данного алгоритма применительно к рассматриваемой задаче построения информативных дескрипторов является сложность подбора значения α таким образом, чтобы в результате работы алгоритма оставалось достаточное количество характерных точек для сохранения формы объекта. Эта проблема проявилась при практических испытаниях и подробно исследована в сравнительном исследовании, описанном в следующем подразделе.

Чтобы устранить данный недостаток в алгоритм внесена небольшая модификация: при первой итерации точка *C* признаётся характерной всегда, а на дальнейших итерациях вместо фиксированного для всех объектов порога α для разных объектов используются разные значения, рассчитываемые как $\alpha \times CD/AB$. В этом соотношении *AB* и *CD* – это отрезки очередного объекта, на первой итерации алгоритма. Подобная модификация позволяет повысить устойчивость множества характерных вершин к незначительным модификациям карты, что подтвердили результаты экспериментального исследования.

2.2. Сравнительное исследование исходного и модифицированного алгоритма

Для того, чтобы сравнить исходный и модифицированный алгоритм Рамера-Дугласа-Пекера, был выбран следующий сценарий численного эксперимента:

1. Алгоритм сокращения избыточности применяется на исходной карте, сохраняется множество характерных вершин.
2. К каждому объекту исходной карты добавляется от 10 до 90% нехарактерных вершин.
3. Алгоритм сокращения избыточности применяется к модифицированной карте. В идеале результат его работы должен быть эквивалентен полученному в п. 1.
4. Находится *ошибка работы алгоритма* на модифицированной карте как сумма ошибочно удалённых и ошибочно оставленных вершин, делённая на общее число вершин на карте.

Эксперимент повторялся для различных значений α , различной доли добавляемых вершин (от 10 до 90%) и различных версий алгоритма. Для исследований в качестве тестовых данных здесь и далее использовался фрагмент слоя зданий городской застройки, очищенной от семантических данных и с внедрённой поправкой абсолютных координат. Данный фрагмент содержит 4996 полигональных объектов. На рисунке 2 показана визуализация участка тестовой карты.

Результаты эксперимента показаны на рисунке 3. Как видно из графиков, модифицированный алгоритм работает точнее, чем оригинальный. Также следует отметить, что при малом α ошибка составляет менее 1%, поэтому в дальнейших экспериментах использовались значения $\alpha = 0.02$ (наилучший вариант) и $\alpha = 0.1$ (для повышения скорости расчёта дескрипторов за счёт большего количества удаляемых вершин).



Рисунок 2 – Иллюстрация участка тестовой карты, используемой в экспериментах

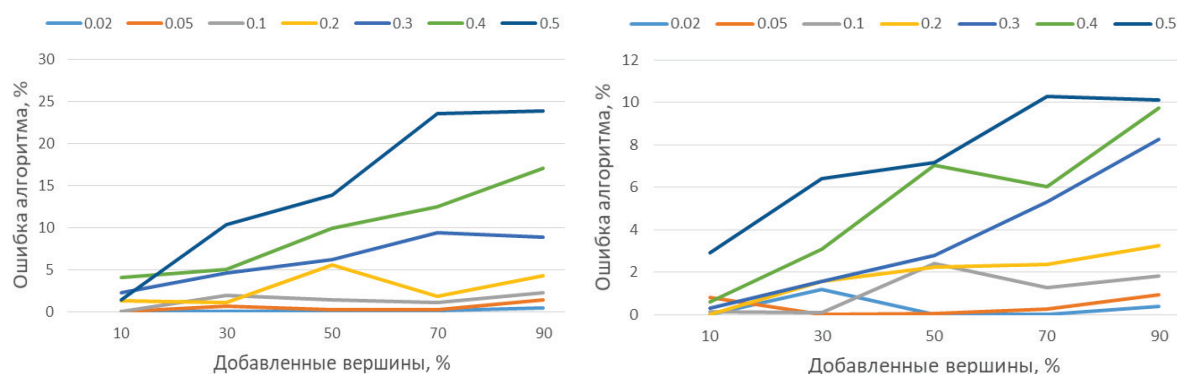


Рисунок 3 – Зависимость ошибки алгоритма от процента добавляемых вершин при различных α в алгоритме Рамера-Дугласа-Пекера (а) и в его модификации (б)

3. Описание анализируемых компактных дескрипторов

Компактным дескриптором в рамках данной работы мы считаем некоторую числовую характеристику (вещественное число или вектор вещественных чисел), характеризующую участок карты, на котором может находиться неопределённое количество полигональных

объектов. В рамках нашего исследования при выборе множества дескрипторов и их анализе мы не концентрировались на одной из двух задач защиты данных, описанных в разделе 1. Очевидно, что дескрипторы, подходящие для решения задачи 1, будут неэффективны для решения второй задачи. Первые должны обладать устойчивостью к различным модификациям векторной карты (круг которых на практике всё же не бесконечен, а определяется спецификой использования данных), в то время как вторые должны обладать неустойчивостью к тем видам искажений, которые требуется обнаружить. Поэтому мы исследовали широкий спектр дескрипторов с целью выработки рекомендаций, какие из них (или какое их сочетание) являются подходящими для решения обеих задач при различных условиях.

В рамках работы исследовались следующие дескрипторы:

1. Среднее отношение расстояний между характерными вершинами.

В каждом объекте вычисляются расстояния между всеми соседними точками. Затем находится отношение этих расстояний между парами смежных отрезков, для нормирования меньший отрезок всегда делится на больший, независимо от порядка. Отношения суммируются и делятся на количество отрезков:

$$d = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N/2-1} \min\left(\frac{r_{2i}}{r_{2i+1}}, \frac{r_{2i+1}}{r_{2i}}\right).$$

где N – число отрезков одного объекта, $r_i, i = 0..N-1$ – длины отрезков.

Таким образом происходят расчёты в каждом объекте фрагмента карты. Дескриптором фрагмента является среднее значение d среди всех объектов.

2. Среднее отношений площадей ограничивающих прямоугольников.

Для каждого объекта на участке карты вычисляется площадь ограничивающего прямоугольника, затем находится попарное отношение этих площадей, при том, всегда меньшей к большей, независимо от порядка. Отношения суммируются и делятся на количество объектов на участке карты.

3. Среднее расстояний между центрами масс объектов внутри группы.

Первоначально вычисляются расстояния между центрами масс объектов. Далее они делятся друг на друга в отношении меньший к большему, независимо от порядка, суммируются и делятся на количество объектов на участке.

4. Среднее отношение количества характерных вершин внутри группы.

5. Среднее отношение расстояний от центра масс до правого верхнего угла ограничивающего прямоугольника.

В каждом объекте участка карты вычисляется расстояние от центра масс до правого верхнего угла ограничивающего прямоугольника. Затем находятся попарные отношения расстояний, суммируются и делятся на количество объектов. Аналогично предыдущим отношение величин меньшие к большим.

6. Среднее отношение расстояний от центра ограничивающего прямоугольника до каждой вершины.

В каждом объекте находится среднее расстояние от центра ограничивающего прямоугольника до каждой вершины, затем расстояния на участке карты попарно делятся друг на друга в отношении меньший к большему, и находится среднее этих отношений.

Как видно из описаний, все представленные дескрипторы не зависят от масштаба карты, а их значения находятся в пределах от 0 до 1. Перед расчётом из вышеперечисленных дескрипторов каждый объект карты подвергался оптимизации модифицированным алгоритмом Рамера-Дугласа-Пекера.

Следует также отметить, что на практике при выявлении искажений цифровой карты значительный интерес представляет информация о том, какой именно участок карты подвергся изменению. Чтобы получить возможность локализации изменений при помощи дескрипторов, применялся следующий подход. Исходная карта делилась на равные по размеру квадратные участки. На каждом из них вычислялся компактный дескриптор, учитывающий характеристики всех полигональных объектов, находящихся на данном участке. При сопоставлении дескрипторов участки рассматривались отдельно, что позволяет осуществлять локализацию изменений.

4. Экспериментальные исследования компактных дескрипторов

4.1. Порядок проведения исследований

В рамках работы была проведена серия экспериментов по исследованию стойкости выбранных компактных дескрипторов. В ходе них карта разбивалась на равные участки, после чего для каждого из них вычислялись вышеуказанные дескрипторы. Далее выполнялась процедура искажения карты. При этом изменялись как тип искажения, так и его уровень, определяемый скалярным параметром. Далее по искажённой карте также рассчитывались дескрипторы, и оценивалось относительное изменение дескриптора. Дескриптор признавался устойчивым к определённому искажению, если относительная ошибка оказывалась ниже 1% при всех значениях параметра.

Ниже перечислены применявшиеся искажения и в скобках их параметры:

1. Поворот карты (угол от 0 до 360°).
2. Добавление вершин без изменения формы объекта (процент изменения числа точек от 10 до 100%).
3. Добавление нехарактерных вершин, меняющих форму объекта (процент изменения числа точек от 10 до 100%).
4. Удаление произвольных вершин (доля удалённых вершин от 5 до 40%).
5. Удаление вершин, не являющихся характерными (доля удалённых вершин от 5 до 40%).
6. Изменение порядка вершин – циклический сдвиг (величина сдвига).
7. Добавление копий существующих объектов карты (процент изменения числа объектов от 10 до 100%).
8. Добавление новых четырёхточечных объектов карты (процент изменения числа объектов от 10 до 100%).
9. Удаление произвольных объектов карты (доля удалённых объектов от 10 до 90%).

5. Результаты экспериментов

5.1. Сводные результаты

Результаты серии экспериментов отражены в таблице 1. В ней использованы следующие обозначения: «+» означает, что дескриптор устойчив к данному искажению на всём множестве значений параметра, «-» означает неустойчивость, «+-» означает устойчивость при некотором подмножестве значений параметра. Наконец «!» означает, что показатель устойчивости меняется весьма хаотично и нельзя достоверно прогнозировать ни его стойкость, ни нестойкость для различных участков.

Таблица 1 – Сводная таблица стойкости дескрипторов

Искажение/ дескриптор	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	+	+	!	-	+	+	-	-	+-
2	+-	+	+	+-	+	+	+-	+-	+-
3	+	+	!	-	+	+	-	-	-
4	+	+	!	-	+	+	-	-	-
5	-	+	!	+-	+	+	-	-	+-
6	+-	+	!	-	+	+	-	-	-

Как видно из таблицы, наиболее устойчивым среди исследуемых дескрипторов оказался дескриптор 2, что означает, что он является самым эффективным для защиты авторских прав. Остальные дескрипторы являются стойкими лишь к части искажений, поэтому они могут быть использованы для детектирования искажений тех видов, к которым они неустойчивы. Одним из способов обнаружения конкретного вида искажения является комбинирование нескольких видов дескрипторов, различающихся всего в одном искажении. Приведём несколько примеров:

- Можно использовать дескрипторы 4 и 5 для обнаружения поворота карты (искажение 1). Если значение дескриптора 4 по сравнению с сохранённым ранее состоянием не изменилось, в отличие от значения дескриптора 5, то с картой мог случиться только поворот.
- Можно использовать дескрипторы 1 и 4 для обнаружения удаления небольшого количества объектов (искажение 9), поскольку это единственное искажение, по которому данные дескрипторы дают различный результат.
- Дескриптор 5 можно использовать в сочетании с дескриптором 1 для обнаружения искажения 4 (удаление вершин объектов).

Следует отметить, что при добавлении вершин, не изменяющих форму объекта, и удалении нехарактерных вершин, все дескрипторы оказались устойчивыми только благодаря использованию алгоритма Рамера-Дугласа-Пекера. В ином случае устойчивым к этим видам искажений являлся бы только дескриптор 2.

5.2. Подробные результаты для дескриптора 2

Остановимся более подробно на результатах, показанных дескриптором 2 и кратко отражённых в таблице 1. Данный дескриптор оказался устойчивым к добавлению вершин с изменением формы объекта и без него, сдвигу и удалению нехарактерных вершин, а также при повороте карты на 90, 180 и 270 градусов. Из графика на рисунке 4 видно, имеется зависимость отклонения характеристики от угла поворота: чем дальше величина угла от 90° и кратных ему значений, тем больше отличие характеристики от исходной. При этом максимальное отклонение находится на невысоком уровне в 2%.

При удалении произвольных вершин, добавлении новых объектов или копий существующих и удалении объектов значение дескриптора изменяется, однако есть явно выраженная зависимость от процента искажений, что отражено на рисунках 5 и 6.

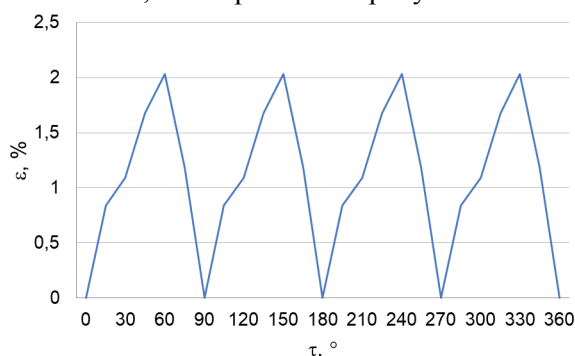


Рисунок 4 – Влияние угла поворота карты (искажение 1) на относительное изменение значения дескриптора 2

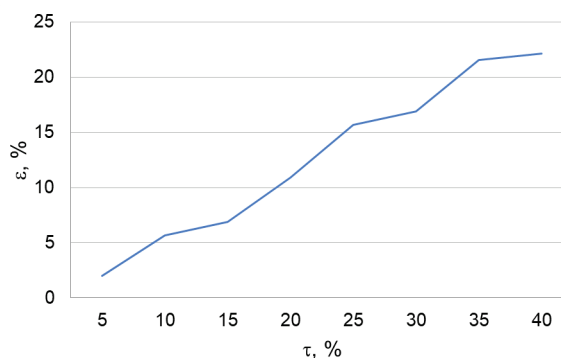


Рисунок 5 – Влияние доли удалённых вершин (искажение 4) на относительное изменение значения дескриптора 2

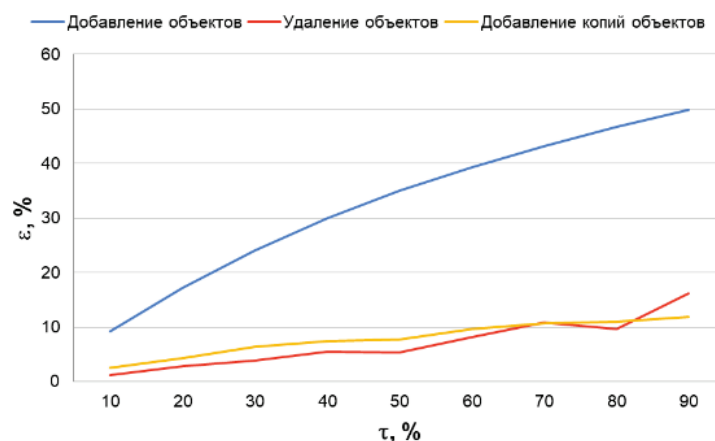


Рисунок 6 – Влияние доли добавляемых или удаляемых объектов (искажения 7-9) на относительное изменение значения дескриптора 2

Поэтому, во-первых, при небольших отклонениях дескриптор можно будет соотнести с исходным значением, а во-вторых, такой характер графиков при наличии априорной информации о характере искажений позволяет оценить уровень внесённых искажений.

6. Заключение

В работе проведена серия экспериментов по исследованию практической применимости различных компактных дескрипторов векторных карт для решения задач защиты векторных картографических данных (задачи защиты авторских прав и защиты от несанкционированных изменений). Все исследованные дескрипторы показали, что они (сами по себе или в сочетании с некоторыми другими) могут обладать информативностью для обнаружения определённых искажений векторной карты. Дескриптор 2 (среднее отношений площадей ограничивающих прямоугольников) показал достаточно высокую стойкость почти ко всем видам искажений, что позволяет высоко оценить перспективы его использования для защиты авторских прав.

Следует также отметить, что большую роль в информативности каждого из исследованных дескрипторов играет используемый на предварительном этапе алгоритм Рамера-Дугласа-Пекера. В работе предложена его модификация, позволяющая повысить его стабильность его работы в условиях искажений, а также проведено исследование, показавшее эффективность предложенной модификации перед базовым алгоритмом.

7. Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-29-09045).

8. Список источников

- [1] Bolstad P. GIS fundamentals: a first text on geographic information systems: 5th ed. Eider (PressMinnesota), 2016.
- [2] Vybornova Y.D., Sergeev V.V. A new watermarking method for vector map data // Eleventh International Conference on Machine Vision (ICMV 2018). SPIE, 2019. Vol. 11041. P. 259–266.
- [3] Peng Y. et al. Multipurpose watermarking for vector map protection and authentication // Multimed. Tools Appl. 2018. Vol. 77, No. 6. pp. 7239–7259.
- [4] Abubahia A.M., Cocea M. Exploiting Vector Map Properties for GIS Data Copyright Protection // 2015 IEEE 27th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI). Vietri sul Mare, Italy: IEEE, 2015. pp. 575–582.

- [5] Abubahia A., Cocea M. A Clustering Approach for Protecting GIS Vector Data // *Advanced Information Systems Engineering* / ed. Zdravkovic J., Kirikova M., Johannesson P. Cham: Springer International Publishing, 2015. Vol. 9097. P. 133–147.
- [6] Peng Y., Yue M. A zero-watermarking scheme for vector map based on feature vertex distance ratio // *J. Electr. Comput. Eng.* 2015. Vol. 2015.
- [7] Tile Map Service Specification - OSGeo [Electronic resource]. URL: https://wiki.osgeo.org/wiki/Tile_Map_Service_Specification (accessed: 01.07.2022).
- [8] Vector Tiles | API [Electronic resource] // Mapbox. URL: <https://docs.mapbox.com/api/maps/vector-tiles/> (accessed: 01.07.2022).
- [9] Dakroury D.Y., El-ghafar D.I.A., Tammam E.A. Protecting GIS Data Using Cryptography and Digital Watermarking // *IJCSNS Int. J. Comput. Sci. Netw. Secur.* 2010. Vol. 10, No. 1. pp. 75–84.
- [10] Cox I.J. et al. *Digital Watermarking and Steganography*. 2nd ed. Morgan Kaufmann Publishers, 2008. 596 p.
- [11] Giao P.N. et al. Selective Encryption Algorithm Based on DCT for GIS Vector Map // *J. Korea Multimed. Soc. Korea Multimedia Society*, 2014. Vol. 17, No. 7. pp. 769–777.
- [12] Ren N. et al. Copyright Protection Based on Zero Watermarking and Blockchain for Vector Maps: 5 // *ISPRS Int. J. Geo-Inf. Multidisciplinary Digital Publishing Institute*, 2021. Vol. 10, No. 5. P. 294.
- [13] Zhou Q. et al. Zero Watermarking Algorithm for Vector Geographic Data Based on the Number of Neighboring Features: 2 // *Symmetry. Multidisciplinary Digital Publishing Institute*, 2021. Vol. 13, No. 2. P. 208.
- [14] Xi X. et al. Dual Zero-Watermarking Scheme for Two-Dimensional Vector Map Based on Delaunay Triangle Mesh and Singular Value Decomposition: 4 // *Appl. Sci. Multidisciplinary Digital Publishing Institute*, 2019. Vol. 9, No. 4. P. 642.
- [15] Li A. et al. Study on copyright authentication of GIS vector data based on Zero-watermarking // *The international archives of the photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences*. 2008. Vol. 37. pp. 1783–1786.
- [16] Ramer U. An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves // *Comput. Graph. Image Process.* 1972. Vol. 1, No. 3. pp. 244–256.
- [17] Douglas D.H., Peucker T.K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature // *Cartogr. Int. J. Geogr. Inf. Geovisualization. University of Toronto Press*, 1973. Vol. 10, No. 2. pp. 112–122.