

# Оценивание уровня шума в составе изображения с использованием вейвлетов Хаара

А.В. Пронькин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, ул. Гагарина, 59/1, Рязань, 390005, Россия

## Аннотация

В работе исследуется возможность и целесообразность применения вейвлет-преобразования Хаара в задаче оценивания уровня дискретного гауссова шума в составе изображения. Предлагается алгоритм, использующий вейвлеты Хаара для получения оценки дисперсии дискретного гауссова шума в составе цифрового изображения. Для уменьшения влияния фрагментов изображения с большой долей высокочастотных колебаний полезного сигнала применяется разбиение изображения на блоки с последующим выбором блоков с минимальной дисперсией. Предложенный алгоритм сравнивается с методом, основанном на применении разностных операторов для оценивания уровня шума. Этот метод дает достаточно точные оценки дисперсии шума и имеет низкую вычислительную сложность. Приводятся результаты оценивания дисперсии наложенного на изображение шума разной интенсивности сравниваемыми методами. На основе теоретических положений и результатов экспериментальных исследований дается вывод о том, что предлагаемый алгоритм имеет лучшие показатели точности оценивания уровня шума при меньших вычислительных затратах.

## Ключевые слова

Дискретный гауссов шум, оценка дисперсии, вейвлет-преобразование Хаара, вейвлет Хаара, разностный оператор.

## Noise Level Estimation in Images Using Haar Wavelets

A.V. Pronkin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Gagarina 59/1, Ryazan, 390005, Russia

## Abstract

The paper investigates the possibility and expediency of using the Haar wavelet transform in the problem of estimating the level of discrete Gaussian noise in an image. An algorithm is proposed that uses Haar wavelets to obtain an estimate of the variance of discrete Gaussian noise in a digital image. To reduce the influence of image fragments with a large proportion of high-frequency oscillations of the useful signal, the image is divided into blocks, followed by the selection of blocks with a minimum dispersion. The proposed algorithm is compared with a method based on the use of difference operators for estimating the noise level. This method gives fairly accurate noise variance estimates and has low computational complexity. The results of estimating the variance of the noise of different intensity superimposed on the image by compared methods are presented. Based on the theoretical provisions and the results of experimental studies, it is concluded that the proposed algorithm has the best accuracy in estimating the noise level at lower computational costs.

## Keywords

Discrete Gaussian noise, variance estimation, Haar wavelet transform, Haar wavelet, difference operator.

ГрафиКон 2022: 32-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению, 19-22 сентября 2022 г., Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, Рязань, Россия

EMAIL: antoniopronkin@mail.ru (А.В. Пронькин)

ORCID: 0000-0003-2832-7462 (А.В. Пронькин)



© 2022 Copyright for this paper by its authors.  
Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

## 1. Введение

В современных системах технического зрения для подавления дискретного гауссова шума на изображениях как правило используют сглаживающие операторы [1]. Линейные операторы имеют низкую вычислительную сложность и эффективно подавляют высокочастотную составляющую, но одновременно искажают полезный сигнал, в частности, размывают границы резких перепадов яркости и затрудняют последующее детектирование границ. С увеличением интенсивности шума и, как следствие, размера маски сглаживающего оператора проблема только усугубляется, что приводит к невозможности адекватного подавления шума с использованием линейных фильтров.

Группа нелинейных сглаживающих операторов – билатеральный фильтр и сигма-фильтр – позволяют сохранять границы перепадов яркости за счет учета локальных особенностей изображения в окрестности центрального пикселя маски [2]. Билатеральный фильтр при правильной настройке автоматически учитывает локальные особенности изображения, но имеет высокую вычислительную сложность. Сигма-фильтр имеет низкую вычислительную сложность и, одновременно, обладает достаточно хорошими результатами сглаживания при сохранении границ перепадов яркости. Однако качество подавления шума напрямую зависит от правильности подбора входного параметра  $\Delta = m\sigma$  [3]. Значение параметра  $\Delta$  зависит от параметра  $\sigma$  – среднеквадратического отклонения (СКО) шума в составе изображения. При этом параметр  $m$  задается оператором и, как правило, выбирается равным 2. Таким образом, качество сглаживания с помощью сигма-фильтра обуславливается точностью оценки параметра  $\sigma$ .

Задаче оценивания уровня шума в составе изображений посвящено большое количество работ. Одним из направлений решения данной задачи является группа методов, основанная на разбиении изображения на блоки (блочные методы) [4, 5]. Вторую группу методов оценивания уровня шума образуют методы, использующие разностные линейные операторы (фильтры) и идею разбиения изображения на блоки [6-9]. Данные методы имеют относительно низкую вычисленную сложность и достаточно хорошее качество оценивания СШО шума на изображении как при низкой, так и при достаточно высокой интенсивности шума. Главная идея, используемая в данной группе методов, основана на предположении, что на изображении присутствуют блоки, в которых дисперсия минимальна, а полезная составляющая сигнала константна, либо адекватно описывается линейной функцией в небольшой окрестности каждого пикселя. Благодаря этому с помощью линейных фильтров можно аннулировать низкочастотную составляющую изображения и получить возможность исследовать только высокочастотную составляющую изображения.

## 2. Разностный оператор

Рассмотрим изображение  $\mathbf{I} = \{I_{ij}\}$  – матрицу значений яркостей размером  $M \times N$ . Традиционно исследуется аддитивная модель изображения

$$I_{ij} = U_{ij} + \xi_{ij}, \quad i = \overline{1, M}, j = \overline{1, N} \quad (1)$$

или в матричной форме  $\mathbf{I} = \mathbf{U} + \mathbf{\Xi}$ , где под  $\mathbf{\Xi} = \{\xi_{ij}\}$  поднимается дискретный белый гауссов шум с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией  $\sigma^2$ ,  $\mathbf{U} = \{U_{ij}\}$  – низкочастотный сигнал, то есть полезная составляющая.

Пусть  $\mathbf{A}$  – линейный сглаживающий оператор, действующий по правилу:

$$\mathbf{A}I_{ij} = \sum_{s=-k}^k \sum_{t=-k}^k \alpha_{st} I_{i+s, j+t}, \quad \sum_{s=-k}^k \sum_{t=-k}^k \alpha_{st} = 1. \quad (2)$$

В работе [9] было показано, что если в качестве изображения  $\mathbf{I}$  выступает гауссов шум с нулевым математическим ожиданием ( $\mathbf{I} = \mathbf{\Xi}$ ,  $\mathbf{U} \equiv \mathbf{0}$ ), то дисперсия сглаженной случайной составляющей  $\eta_{ij} = \mathbf{A}\mathbf{\Xi} = \mathbf{A}\{\xi\}$  будет находиться по формуле

$$D[\eta] = \left( \sum_{s=-k}^k \sum_{t=-k}^k \alpha_{st}^2 \right) D[\xi] = \gamma^2 \sigma_{\xi}^2, \quad (3)$$

$$\gamma^2 = \sum_{s=-k}^k \sum_{t=-k}^k \alpha_{st}^2.$$

Из формулы (3) следует, что оценку  $\hat{\sigma}_{\xi}$  СКО шума можно найти по формуле:

$$\hat{\sigma}_{\xi} = \sqrt{\hat{D}[\eta] / \sum_{s=-k}^k \sum_{t=-k}^k \alpha_{st}^2}. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет вычислить оценку СКО шума на изображении, представляющем собой «чистый» шум. Для применения описанного способа на реальных изображениях необходимо предварительно исключить из состава изображения низкочастотную составляющую  $\mathbf{U}$ .

Известно, что линейные операторы с симметричными масками дают несмещенную оценку линейной функции [10, 11], а, значит, вычитание результатов одного сглаживания из другого позволяет аннулировать детерминированную по отношению к шуму компоненту  $\mathbf{U}$  в сегментах изображения, где низкочастотная компонента описывается линейной функцией. По этой причине идея блочных методов первоначально состоит в нахождении таких блоков, в которых дисперсия минимальна, что будет свидетельствовать о линейности (или константности) детерминированной компоненте  $\mathbf{U}$ .

После нахождения блоков с наименьшей дисперсией, в них производится сглаживание линейным оператором  $\mathbf{A}$  с маской размера  $(2k - 1) \times (2k - 1)$ , а затем тем же оператором с маской, размером  $(2k + 1) \times (2k + 1)$ . После чего результаты первого сглаживания вычитаются из второго, что дает на выходе изображение, свободное от детерминированной компоненты, к которому можно применить описанный подход к оцениванию, с использованием формулы (4).

В качестве оператора  $\mathbf{A}$  может выступать любой линейный оператор с симметричной маской, и в простейшем случае можно взять равномерный сглаживающий оператор с весовыми коэффициентами  $1/(2k - 1)^2$  и  $1/(2k + 1)^2$  для размеров маски  $(2k - 1) \times (2k - 1)$  и  $(2k + 1) \times (2k + 1)$  соответственно. В работе [9] показано, что в этом случае весовые коэффициенты оператора  $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{(2k-1) \times (2k-1)} - \mathbf{A}_{(2k+1) \times (2k+1)}$  могут быть вычислены по формуле

$$\frac{1}{(2k - 1)^2} - \frac{1}{(2k + 1)^2} = \frac{8k}{(2k - 1)^2(2k + 1)^2}.$$

Используя описанный подход оценивания шума, с учетом формулы (4), искомая оценка СКО шума в исходном изображении для равномерного сглаживающего оператора будет находиться по формуле [9]

$$\hat{\sigma}_{\xi} = \frac{(4k^2 - 1)}{\sqrt{8k}} \sqrt{\hat{D}[\mathbf{B}(\xi)]}.$$

### 3. Вейвлеты Хаара

Под вейвлетом обычно понимают математическую функцию, которая позволяет анализировать частотные компоненты данных. В начале XX века Альфред Хаар описал полную ортонормированную систему базисных функций, которая в последствии стала применяться в различных задачах цифровой обработки изображений [12].

Относительно многообразия существующих вейвлетов, вейвлеты Хаара являются достаточно простыми представителями группы дискретных функций. Вейвлет-преобразование Хаара разлагает входной дискретный сигнал  $F = \{F_i\}$ ,  $i = \overline{1..N}$  на две компоненты  $S = \{S_j\}$  и  $D = \{D_j\}$  [13]. Элементы первой компоненты вычисляются как

$$S_j = \frac{F_{2j-1} + F_{2j}}{\sqrt{2}}, j = 1.. \frac{N}{2},$$

а элементы второй как

$$D_j = \frac{F_{2j-1} - F_{2j}}{\sqrt{2}}, j = 1.. \frac{N}{2}.$$

Описанные компоненты формируют два новых сигнала, где  $S$  является огрублённой версией исходного, а  $D$  содержит информацию, необходимую для восстановления исходного сигнала. Обратите внимание, что исходный размер  $N$  сигнала должен быть четным числом.

Предположим, что на реальных изображениях полезный сигнал изменяется плавно, то есть в достаточно малой окрестности каждого пикселя имеется точка с близким значением детерминированной по отношению к шуму составляющей. С учетом этого сигнал  $D = \{D_j\}$  описывает отклонение значения от низкочастотного сигнала и представляет собой сигнал высокочастотных колебаний. Вычислив дисперсию данного сигнала, можно получить оценку СКО исходного сигнала.

Применение Вейвлетов Хаара можно обобщить для двумерного случая, поочередно применив вейвлет-преобразования к каждой строке, а затем к каждому столбцу изображения. Предполагается, что в результирующем сигнале в каждую строку и столбец сначала будут записаны коэффициенты  $S_j$ , а затем  $D_j$ . В этом случае в результате матрица  $\mathbf{R} = \{R_{ij}\}$  будет условно разбита на 4 части:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix},$$

причем матрицу  $\mathbf{S}$  называют «матрицей приближения», так как она содержит более грубую версию детерминированной компоненты. Матрица  $\mathbf{D}$ , напротив, содержит детализирующие коэффициенты, которые описывают высокочастотные колебания исходного сигнала. Именно данную область можно использовать для оценки дисперсии шума.

Можно отметить, что нет необходимости вычислять всю матрицу  $\mathbf{R}$ , так как для оценивания уровня шума достаточно значений матрицы  $\mathbf{D}$ . Рассмотрим изображение  $\mathbf{I}$ , представленное в виде

$$\mathbf{I}_{M \times N} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & \dots & I_{1N} \\ I_{21} & I_{22} & \dots & I_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{M1} & I_{M2} & \dots & I_{MN} \end{pmatrix}.$$

В этом случае значения элементов матрицы  $\mathbf{D}$  будут вычисляться следующим образом:

$$\mathbf{D}_{\frac{M}{2} \times \frac{N}{2}} = \{D_{ij}\} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_{11} + I_{22} - (I_{21} + I_{12}) & I_{13} + I_{24} - (I_{23} + I_{14}) & \dots & \dots \\ I_{31} + I_{42} - (I_{41} + I_{32}) & I_{33} + I_{44} - (I_{43} + I_{34}) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Имея трансформированное изображение, содержащее только высокочастотную составляющую, легко найти искомую оценку  $\hat{\sigma}_\xi$  СКО шума в исходном изображении. Для этого необходимо вычислить выборочную дисперсию высокочастотной составляющей  $\mathbf{D} = \{D_{ij}\}$ .

#### 4. Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования проводились на серии изображений подстилающей поверхности, лесных массивов, взлетно-посадочных полос. На оригинальные изображения налагался шум с определенной интенсивностью ( $\sigma_\xi = 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30$ ), а затем находилась оценка СКО наложенного шума  $\hat{\sigma}_\xi$  с использованием двух подходов – на основе разностных операторов и с применением вейвлетов Хаара. Метод разностных операторов выбран для сравнения с предлагаемым методом, исходя из того, что он обладает невысокой вычислительной сложностью и достаточно хорошими результатами оценивания.

Рассмотрим изображение ВПП, представленное на рисунке 1.



**Рисунок 1** – Исходное изображение ВПП

В таблице 1 представлены результаты оценивания СКО шума  $\hat{\sigma}_\xi$  разностным оператором с размером масок  $7 \times 7$  и  $9 \times 9$  и оптимальным размером блока в 60 пикселей (размер исходного изображения  $650 \times 520$ ) и предлагаемым методом, основанным на вычислении детализирующих коэффициентов вейвлет-преобразования Хаара.

**Таблица 1** – Результаты обработки изображения 1

СКО наложенного шума	Результат оценивания СКО шума	
	Разностный оператор	Вейвлеты Хаара
1	1.45	1.77
5	5.09	5.23
10	10.13	10.14
15	14.90	15.12
20	19.78	20.04
25	25.03	24.97
30	29.84	30.18

Можно отметить достаточно точные оценки, даже с учетом того, что никакие предварительные улучшения для предлагаемого метода не проводились. Стоит отметить, что вычислительная сложность метода на основе вейвлетов Хаара на порядок ниже, так как не требуется двойного применения операции сглаживания линейным оператором и вычисления дисперсии блоков, а также выборочная дисперсия вычисляется на меньшем наборе данных, в 4 раза меньшем количества пикселей в исходном изображении.

В то же время существуют изображения с высокой долей высокочастотных колебаний, которые могут исказить оценки в большую сторону, что повлечет за собой большее размытие границ, если предположить, что оценки будут использованы в качестве входных параметров сглаживающих операторов и методов детектирования границ. Пример такого изображения представлен на рисунке 2, на котором изображены лесные массивы, где детерминированная компонента представлена в виде высокочастотных всплесков разной интенсивности в местах скопления деревьев.



**Рисунок 2** – Исходное изображение ВПП

С одной стороны, если изображение полностью представлено высокочастотными колебаниями, искажение оценок в большую сторону может быть ожидаемо и оправдано тем, что детерминированный сигнал не несет информативной составляющей о наличии объектов интереса и может быть размыт без влияния на качество работы последующих алгоритмов в конвейере задач, например, на этапе генерирования контурного изображения. С другой стороны, если на изображении есть фрагменты, где низкочастотный сигнал константен или адекватно описывается линейной функцией в небольшой окрестности каждого пикселя, то оценивание можно проводить на основе такого фрагмента. Для этого можно применить способ разбиения на блоки с последующим поиском блоков с наименьшей дисперсией, как было описано в разделе 2.

Описанный подход был применен для изображения, представленного на рисунке 2 для двух описанных методов и при различных размерах блоков. Результаты оценивания представлены в таблице 2.

**Таблица 2** – Результаты обработки изображения 2

СКО наложенного шума	Результат оценивания СКО шума					
	Разностный оператор			Вейвлеты Хаара		
	20×20	40×40	60×60	20×20	40×40	60×60
1	1.07	1.28	2.61	1.03	1.01	1.07
5	4.95	5.07	5.46	4.65	4.98	5.03
10	8.26	9.49	10.16	9.10	9.86	10.03
15	13.22	14.98	15.17	13.55	14.68	14.99
20	20.53	20.39	19.83	18.18	18.68	19.94
25	23.51	24.23	24.80	24.28	24.58	24.87
30	28.17	29.96	30.00	28.06	29.27	29.63

Стоит отметить достаточно высокую точность оценивания обоими методами при небольших размерах блоков, однако при их увеличении точность оценок резко падает. Например, при размере блоков 160×160 при наложенном шуме с СКО  $\sigma_{\xi} = 10$ , методы, основанные на разностном операторе и на применении вейвлетов Хаара, возвращают оценки 33.56 и 18.19 соответственно. С другой стороны, можно отметить, что метод, основанный на применении вейвлетов Хаара, имеет более точные оценки при небольших СКО наложенного шума, а также более устойчивые показатели при больших размерах блоков – например, при размере блоков

120×120 при наложенном шуме с СКО  $\sigma_{\xi} = 5$ , оценка уровня шума методом с использованием сглаживающего оператора составляет 6.87, против 5.08 для метода на основе вейвлетов Хаара.

## 5. Заключение

В результате экспериментальных исследований было подтверждено, что метод оценивания уровня шума в составе изображения, основанный на применении вейвлет-преобразовании Хаара обладает достаточно хорошим качеством оценивания и имеет существенно меньшую вычислительную сложность, по сравнению с методом, основанным на применении разностного оператора. Оба метода достаточно точно производят оценивание для изображений с небольшой долей высокочастотных колебаний в составе полезного сигнала, но в то же время, предлагаемый метод более устойчив в отношении изображений с большой долей высокочастотных колебаний при выборе размеров блоков.

## 6. Список источников

- [1] Обработка изображений в авиационных системах технического зрения. Под ред. Л.Н. Костяшкина, М.Б. Никифорова / Л.Н. Костяшкин, Е.Р. Муратов, В.С. Гуров. М.: Физматлит, 2016. 240 с.
- [2] Щербakov М.А., Панов А.П. Нелинейная фильтрация с адаптацией к локальным свойствам изображений // Компьютерная оптика. 2014. № 4. С. 818–824.
- [3] Lee J.S. Digital Image Smoothing and the Sigma Filter // Computer Vision, Graphics and Image Process. 1983. № 2. С. 255-269.
- [4] Olsen S.I. Noise variance estimation in images // In 8th Scandinavian Conference on Image Analysis. Troms. 1993. pp. 25–28.
- [5] Калинкина Д.А. Определение уровня шума на изображении на основе усреднения дисперсии в блоках // Международная конференция студентов и аспирантов по фундаментальным наукам «Ломоносов 2005» / МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет Вычислительной математики и кибернетики, 2005.
- [6] Ковалевский В.А. Эффективная фильтрация и выделение границ [Электронный ресурс] // URL: [irtc.org.ua/image/app/webroot/Files/presentations/Kovalevskiy](http://irtc.org.ua/image/app/webroot/Files/presentations/Kovalevskiy) (дата обращения 05.05.2022).
- [7] Новиков А.И., Пронькин А.В. Разностный метод оценивания дисперсии дискретного белого шума на цифровом изображении // Информационные технологии и нанотехнологии: Сборник трудов по материалам VII Международной конференции и молодежной школы. 2021. С. 022482.
- [8] Свидетельство о гос. регистрации прогр. для ЭВМ № 2022615608. Программа оценивания уровня дискретного белого шума в составе изображения / А.В. Пронькин, А.И. Новиков; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина. № 2022614006; заявл. 21.03.2022; зарегистр. 31.03.2022.
- [9] Новиков А.И., Пронькин А.В. Метод оценки уровня шума цифрового изображения // Компьютерная оптика. 2021. № 5. С. 713–720. doi: 10.18287/2412-6179-СО-894.
- [10] Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды: пер. с англ., 1976. 736 с.
- [11] Novikov A.I. The Formation of Operators with Given Properties to solve Original Image Processing Tasks // Pattern Recognition and Image Analysis. 2015. № 2. pp. 230–236. doi: 10.1134/S1054661815020194.
- [12] Haar A. Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme // Mathematische Annalen. 1910. № 69. pp. 331–371.
- [13] Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. М.: Триумф, 2003. 319 с.