

## Построение трехмерных визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента

А.А. Захарова<sup>1</sup>, А.Е. Бондарев<sup>2</sup>, Д.А. Коростелёв<sup>3</sup>, А.Г. Подвесовский<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, ул. Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Миусская пл., 4, Москва, 125047, Россия

<sup>3</sup> Брянский государственный технический университет, бул. 50 лет Октября, 7, Брянск, 241035, Россия

### Аннотация

Работа продолжает серию публикаций материалов исследований авторов в области развития подхода к динамическому планированию и управлению обобщенным вычислительным экспериментом на основе применения методов визуализации и визуальной аналитики. Обобщенный вычислительный эксперимент предполагает многократное решение задачи численного моделирования при различных наборах значений определяющих параметров модели, что позволяет получить решение сразу для некоторого класса задач математического моделирования, заданного в многомерном пространстве параметров. В работе рассматривается расширение существующего авторского подхода к построению визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента, основанное на применении метафор визуализации, способных отображать не только отдельные образы, но и их взаимосвязи. Предлагается метод построения визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента, ориентированных на визуализацию связей между одиночными вычислительными экспериментами в трехмерном пространстве. В основе метода лежит механизм формализации связей между одиночными вычислительными экспериментами, а также понятие метафоры визуализации графовой модели, задающей прообраз визуальной карты. Приводится описание программной системы построения и анализа трехмерных визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента, и рассматриваются примеры ее применения при оценке точности численных моделей программной платформы OpenFOAM для трехмерной задачи невязкого обтекания конуса.

### Ключевые слова

Обобщенный вычислительный эксперимент, состояние обобщенного вычислительного эксперимента, управление обобщенным вычислительным экспериментом, визуализация, визуальная карта, графовая модель, визуализация графов, метафора визуализации, задача обтекания конуса, OpenFOAM.

## Constructing of Three-dimensional Visual Maps of Generalized Computational Experiment

A.A. Zakharova<sup>1</sup>, A.E. Bondarev<sup>2</sup>, D.A. Korostelyov<sup>3</sup>, A.G. Podvesovskii<sup>3</sup>

<sup>1</sup> V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Profsoyuznaya str., 65, Moscow, 117997, Russia

<sup>2</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Miusskaya sq., 4, Moscow, 125047, Russia

<sup>3</sup> Bryansk State Technical University, 50 Let Oktyabrya Blvd., 7, Bryansk, 241035, Russia

### Abstract

This paper continues the series of publications of the authors' research materials in the field of developing an approach to dynamic planning and control of a generalized computational experiment

ГрафиКон 2022: 32-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению, 19-22 сентября 2022 г., Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, Рязань, Россия

EMAIL: zaawmail@gmail.com (А.А. Захарова); bond@keldysh.ru (А.Е. Бондарев); nigm85@mail.ru (Д.А. Коростелёв);

apodv@tu-bryansk.ru (А.Г. Подвесовский)

ORCID: 0000-0003-4221-7710 (А.А. Захарова); 0000-0003-3681-5212 (А.Е. Бондарев); 0000-0002-0853-7940 (Д.А. Коростелёв);

0000-0002-1118-3266 (А.Г. Подвесовский)



© 2022 Copyright for this paper by its authors.  
Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

based on the application of visualization and visual analytics methods. A generalized computational experiment implies a multiple solution of the numerical simulation problem for different sets of values of defining model parameters, and such an approach allows for obtaining a solution at once for a certain class of problems of mathematical modeling given in a multidimensional space of defining parameters. The paper considers an extension of the existing author's approach to the construction of visual maps of the generalized computational experiment, based on the application of visualization metaphors that can display not only individual images, but also their relationships. A method for constructing visual maps of a generalized computational experiment is proposed, which is focused on visualizing relationships between single computational experiments in three-dimensional space. The method is based on the mechanism of formalization of relations between single computational experiments, as well as on the notion of a graph model visualization metaphor, which defines a prototype of a visual map. A description of the software system for the construction and analysis of three-dimensional visual maps of a generalized computational experiment is given, and examples of its application in assessing the accuracy of numerical models of the OpenFOAM software platform for the three-dimensional problem of inviscid flow around a cone are considered.

### Keywords

Generalized computational experiment, generalized computational experiment state, generalized computational experiment control, visualization, visual map, graph model, graph visualization, visualization metaphor, problem of flow around a cone, OpenFOAM.

## 1. Введение

Обобщенный вычислительный эксперимент (ОВЭ) предполагает многократное решение прямой или обратной задачи численного моделирования при различных наборах значений определяющих параметров модели [1]. Следует отметить, что проведение ОВЭ с последующим анализом и интерпретацией его результатов представляет собой весьма ресурсоемкую задачу, которая связана с необходимостью обработки больших объемов многомерных данных. Тем более, не представляется возможным проведение эксперимента со всеми допустимыми комбинациями моделей и параметров моделирования. Поэтому необходимо прибегать к планированию ОВЭ, т.е. формированию определенного сценария его проведения, с учетом доступных вычислительных ресурсов и времени. Один из возможных подходов к планированию основан на применении методов визуализации и визуального анализа состояний ОВЭ. Настоящая работа продолжает серию публикаций материалов исследований авторов в данной области.

В соответствии с [2], общий принцип построения динамического плана ОВЭ можно описать следующим образом: по итогам проведения серии экспериментов для некоторого набора значений входных параметров и обработки его результатов, в совокупности с результатами предыдущих серий экспериментов, фиксируется текущее состояние ОВЭ. Состояние обобщенного вычислительного эксперимента определяется совокупностью уже проведенных вычислительных экспериментов и задается многомерным массивом экспериментальных данных, полученных при текущем разбиении пространства определяющих параметров, набором обобщенных показателей, полученных в результате обработки данного массива, а также множеством закономерностей, выявленных на основе анализа и интерпретации этих показателей. Состояние ОВЭ подвергается анализу, в ходе которого оцениваются показатели, которые, по мнению исследователя, определяют результативность эксперимента. По итогам данного анализа исследователь выполняет корректировку разбиения пространства определяющих параметров, при необходимости уточняет и корректирует другие условия и переходит к новой серии вычислительных экспериментов.

В статье [3] был предложен и исследован подход к оценке состояния ОВЭ, основанный на визуализации задающих его экспериментальных данных, с последующим анализом полученного множества визуальных образов. В качестве способа визуализации рассматривалось построение визуальной карты обобщенного вычислительного эксперимента. Под визуальной картой ОВЭ понимается набор взаимосвязанных визуальных образов, характеризующих состояние ОВЭ и скомпонованных в соответствии с определенными правилами. Вместе с тем, в упомянутой статье рассматривались в основном двумерные визуальные образы, а предлагаемые

методы построения визуальной карты ограничивались различными способами компоновки визуальных образов. Такой подход в значительной степени ограничивает визуализацию связей как между одиночными вычислительными экспериментами, составляющими ОВЭ, так и между состояниями ОВЭ на разных этапах его проведения. Тем не менее, именно эти два вида визуализации в наибольшей степени способствуют выявлению областей входных данных, где требуется корректировка моделей, а также обнаружению закономерностей, для подтверждения и уточнения которых могут потребоваться дополнительные вычислительные эксперименты с новыми наборами параметров.

В данной работе рассматривается задача построения визуальных карт ОВЭ, ориентированных на визуализацию связей между одиночными вычислительными экспериментами в трехмерном пространстве, и анализа состояния ОВЭ с использованием данного типа визуальных карт.

## **2. Метод построения трехмерной визуальной карты обобщенного вычислительного эксперимента**

С учетом изложенного выше, расширение подхода к построению визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента возможно в следующих направлениях.

1. Визуализация связей между одиночными вычислительными экспериментами, каждый из которых проводится для заданной модели и некоторого фиксированного набора значений ее определяющих параметров. В этом случае связь между одиночными вычислительными экспериментами можно рассматривать как некоторое отношение между значениями или группами значений множества определяющих параметров (либо некоторого его подмножества). Получаемая визуальная карта задает визуальный образ состояния ОВЭ и может использоваться для как для оценки результативности состояния в целом, так и влияния различных комбинаций определяющих параметров на результирующие показатели ОВЭ.

2. Визуализация связей между состояниями ОВЭ на разных этапах его проведения. При таком подходе связь может определять некоторый переход от одного варианта разбиения пространства определяющих параметров к другому, осуществляемый за счет его расширения или корректировки. В том числе, связь может задавать правила такого перехода. Данная задача визуализации является более сложной, но получаемая в результате визуальная карта дает возможность анализа динамики изменения состояний ОВЭ, а также визуализации различных сценариев его проведения.

Рассмотрим первую задачу – построение визуальной карты ОВЭ с визуализацией связей между одиночными экспериментами. При этом отметим, что ее решение создает основу и для решения второй задачи, поскольку применяемые подходы и методы визуализации могут далее быть расширены и адаптированы и для визуализации связей между состояниями ОВЭ.

Два одиночных вычислительных эксперимента связаны между собой, если имеется некоторая связь между комбинациями значений определяющих параметров для некоторой фиксированной модели, либо между комбинациями «модель – значения определяющих параметров». Возможная структура этой связи, как и ее интерпретация, во многом определяется структурой конкретного ОВЭ и содержанием задач анализа его результатов, стоящих перед исследователем. Однако, можно рассмотреть связи общего вида, которые могут быть использованы для описания и анализа широкого класса вычислительных экспериментов [4–7]. Примерами таких связей могут служить следующие две ситуации:

- 1) эксперименты проводятся с разными моделями для одних и тех же значений определяющих параметров;
- 2) эксперименты проводятся для одной модели, при этом совпадают значения всех определяющих параметров, за исключением одного, значения которого являются смежными в упорядоченном множестве. Комбинации значений определяющих параметров, удовлетворяющие данному условию, будем далее называть смежными.

Для примера рассмотрим ОВЭ, проводившийся для оценки точности солверов платформы OpenFOAM при моделировании трехмерной задачи невязкого обтекания конуса [8] (в терминологии OpenFOAM солверы представляют собой программные модули, в которых

реализованы различные численные модели механики сплошных сред [9]). В качестве моделей использовались солверы rhoCentralFoam, pisoCentralFoam, sonicFoam. Определяющими параметрами моделей являются: число Маха (Ma, безразмерная величина), угол полураствора конуса (Betta, в градусах) и угол атаки (Angle, в градусах). Выходными параметрами вычислительных экспериментов являются результаты расчета норм L1 и L2 отклонения численного решения от аналитического.

Были выбраны следующие упорядоченные наборы значений определяющих параметров: для числа Маха – {3, 5, 7}; для угла полураствора – {10, 15, 20}; для угла атаки – {0, 5, 10}. При этом для комбинации угла полураствора, равного 10°, и угла атаки, равного 10°, вычислительные эксперименты не проводились. Соответственно, для всех моделей множества возможных комбинаций совпадают и содержат по 24 упорядоченные тройки элементов. В этом случае в качестве примера смежных комбинаций значений определяющих параметров можно рассматривать комбинации (3, 10, 0) и (3, 10, 5) или комбинации (7, 15, 5) и (7, 15, 10).

Для формализации связей между одиночными вычислительными экспериментами можно использовать бинарные отношения. Эти отношения могут быть как симметричными (например, в тех случаях, когда просто устанавливается факт смежности двух комбинаций значений определяющих параметров), так и антисимметричными (если, например, дополнительно к этому производится сравнение смежных значений).

В дополнение к установлению наличия либо отсутствия связи между одиночными экспериментами можно также оценивать степень ее интенсивности, т.е. силу. Содержательная интерпретация силы связи, также как и самой связи, во многом зависит от стоящих перед исследователем задач и применяемых методов анализа и интерпретации результатов ОВЭ. В примере с ОВЭ для оценки точности солверов одним из возможных вариантов интерпретации силы связи между одиночными экспериментами является степень тесноты взаимосвязи между значениями норм отклонения L1 и L2 численного решения от аналитического, полученных для различных солверов при смежных комбинациях значений определяющих параметров. Данный показатель может быть оценен с помощью коэффициента корреляции, и его можно рассматривать как своего рода меру чувствительности величин отклонений результатов численного расчета от аналитического решения при небольших изменениях определяющих параметров. Низкие значения данного показателя для смежных комбинаций параметров могут свидетельствовать как об ошибках в экспериментах, так и о необходимости более детального исследования соответствующего диапазона значений определяющих параметров.

Исходя из изложенного, состояние ОВЭ, учитывающее связи между одиночными экспериментами, можно представить в виде графовой модели. В этом случае построение визуальной карты ОВЭ сводится к визуализации соответствующего графа на плоскости или в пространстве.

Взвешенный граф, соответствующий состоянию ОВЭ с учетом связей между одиночными экспериментами, допускает следующее формальное представление, которое будем называть *прообразом визуальной карты ОВЭ*:

$$G = \langle E, W \rangle. \quad (1)$$

Здесь  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_T\}$  – множество вершин, каждая из которых соответствует одиночному вычислительному эксперименту. Мощность  $T$  данного множества, т.е. общее число одиночных экспериментов, проводимых в рамках ОВЭ, соответствует суммарному количеству допустимых комбинаций значений определяющих параметров для всех моделей, на которых проводится ОВЭ, т.е.

$$T = \sum_{i=1}^{Nm} T_i,$$

где  $Nm$  – число моделей.  $W$  – множество ребер, каждое из которых задается силой связи между соответствующими вершинами, т.е.

$$W = \{w_{st} \mid s, t = 1, \dots, T\}.$$

В общем случае диапазон значений для величин  $w_{st}$  зависит от метода их вычисления и способа интерпретации, при этом значение  $w_{st} = 0$  соответствует отсутствию связи. Для настройки

визуального отображения графа возможна также нормализация данных величин с целью приведения к определенному диапазону значений.

Визуальный анализ состояния ОВЭ часто проводится при некоторых дополнительных условиях визуализации, которые задают ограничения на рассматриваемые модели, а также диапазоны значений определяющих параметров и наборы значений выходных параметров. Примерами таких условий являются:

- 1) построить визуальную карту ОВЭ для некоторой фиксированной модели;
- 2) построить визуальную карту ОВЭ для некоторого подмножества определяющих параметров при фиксированных значениях или диапазонах значений остальных определяющих параметров;
- 3) построить визуальную карту ОВЭ для некоторого подмножества выходных параметров (остальные выходные параметры в визуализации не участвуют).

Также возможны различные комбинации перечисленных условий.

Пусть задан граф, соответствующий прообразу визуальной карты ОВЭ (1), для которого выполнены корректировки с учетом заданных дополнительных условий визуализации. Для построения визуального образа данного графа в трехмерном пространстве воспользуемся подходом, основанным на понятии метафоры визуализации. Данный подход был предложен в [10] и получил развитие в контексте визуализации графовых моделей в [11].

Применительно к рассматриваемому графу прообраза, пространственная метафора задает расположение вершин и ребер графа в трехмерном пространстве, и ее основой являются различные методы пространственной укладки графов. Учитывая структуру графа (1), можно заметить, что в случае фиксированной модели и числа варьируемых определяющих параметров, равного 3, пространственная укладка сводится к построению прямоугольной сетки в трехмерном пространстве, узлы которой соответствуют значениям варьируемых определяющих параметров, принадлежащих связанным с ними множествам. При большем количестве варьируемых определяющих параметров требуется применение более сложных алгоритмов укладки [12, 13].

Результатом применения пространственной метафоры является пространственное размещение графа (данный термин был предложен в [14]). К пространственному размещению далее применяется метафора представления, формирующая визуальные образы как отдельных вершин и ребер графа (т.е. одиночных вычислительных экспериментов и связей между ними), так и графа в целом (т.е. состояния ОВЭ с учетом дополнительных условий визуализации).

В соответствии с метафорой представления, визуальный образ одиночного вычислительного эксперимента, т.е. вершины графа, определяется следующими составляющими:

- координатами  $(x, y, z)$ , полученными в результате применения пространственной метафоры;
- набором визуальных признаков, среди которых выделим основные: форма (*Shape*); размер (*Size*); цвет (*Color*), а также дополнительные, такие как насыщенность цвета, ориентация, текстура, градиент и др.

Для построения визуального образа одиночного эксперимента необходимо выполнить подготовку данных, которая заключается в переходе к зависимости следующего вида:

$$F(x, y, z) = \langle \text{Shape}, \text{Size}, \text{Color}, \dots \rangle, \quad (2)$$

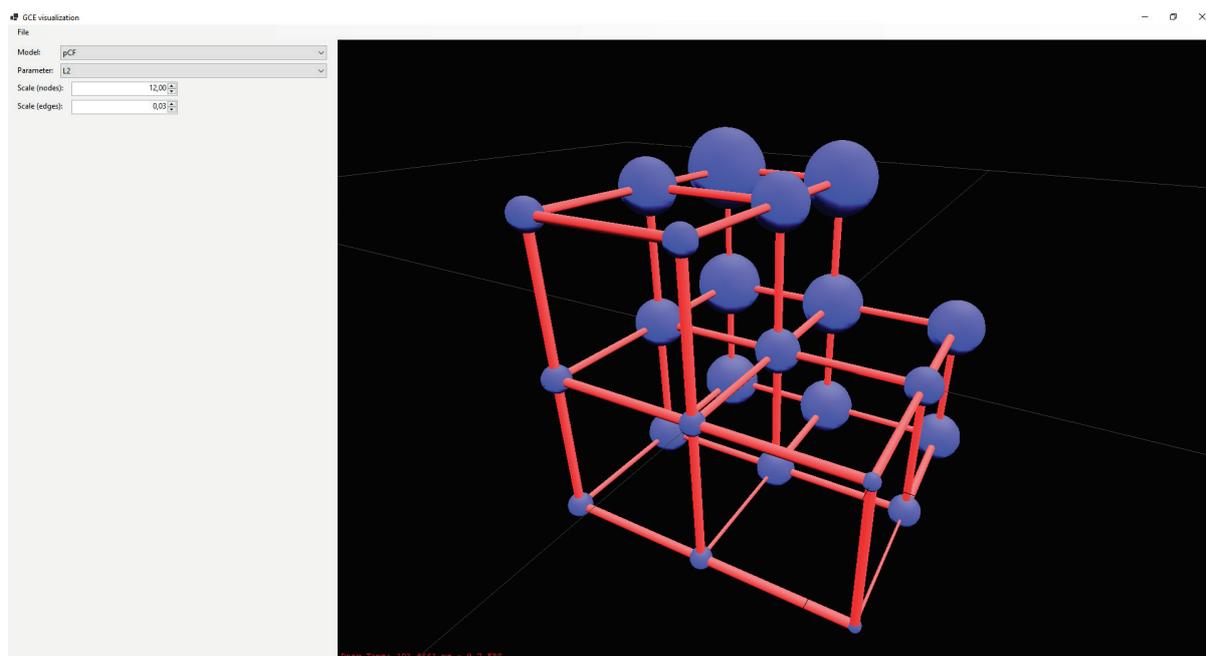
где каждый визуальный признак задает значение связанного с ним выходного параметра. При этом если число выходных параметров, участвующих в визуализации, превышает 3, то задействуются дополнительные визуальные признаки. Если же их число меньше 3, то из набора визуальных признаков выбирается некоторый поднабор, и входящие в него признаки варьируются, а остальные получают фиксированные значения.

Визуальный образ связи между одиночными экспериментами, т.е. ребра графа, определяется следующими составляющими:

- геометрическими характеристиками визуальных образов вершин, соединяемых ребром – координаты, размер, ориентация и т.п.;
- собственным набором визуальных признаков, к которым так же, как и в случае вершин относятся форма, размер и цвет, но в данном случае форма обычно фиксируется, размер может соответствовать силе связи, а цвет – ее знаку.

### 3. Программная система построения и анализа трехмерных визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента

Для построения и анализа трехмерных визуальных карт ОВЭ был создан инструмент в виде интерактивной программной системы. Разработанная система позволяет загружать заранее подготовленные данные, задающие информацию о состоянии ОВЭ и на их основе выполняет построение трехмерной визуальной карты ОВЭ в соответствии с рассмотренной метафорой визуализации, при этом поддерживается навигация по построенной визуальной карте в интерактивном режиме. Для разработки системы использовалась платформа Microsoft .Net, язык программирования C# и библиотека SharpGL. Интерфейс программной системы представлен на рисунке 1.



**Рисунок 1** – Интерфейс программной системы построения и анализа трехмерных визуальных карт ОВЭ

В программной системе реализован механизм выбора дополнительных условий визуализации, описанных в разделе 2. В частности, имеется возможность выбора модели и подмножества выходных параметров, для которых строится визуальная карта. Дополнительно поддерживается возможность динамической настройки параметров визуальных признаков, например, размера вершин и ребер.

Возможность полноценной трехмерной навигации по визуальной карте ОВЭ позволяет сменить ракурс рассмотрения для более тщательного изучения отдельных ее фрагментов.

### 4. Построение и анализ визуальных карт обобщенного вычислительного эксперимента для оценки точности солверов платформы OpenFOAM

Вернемся к описанному в разделе 2 обобщенному вычислительному эксперименту для оценки точности солверов платформы OpenFOAM и рассмотрим построение визуальной карты для него.

В качестве визуального образа одиночного эксперимента будем использовать шар, радиус которого определяется значением выбранного для визуализации выходного параметра (норма отклонения L1 или L2), а координаты центра шара определяются на основе соответствующих значений определяющих параметров.

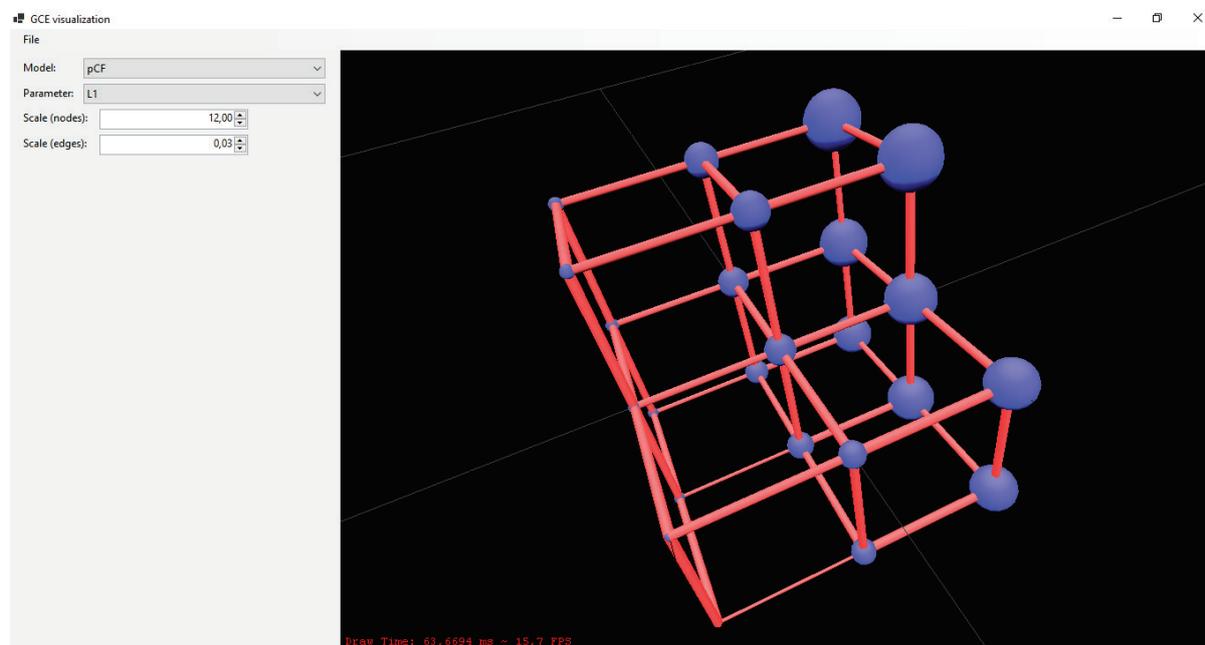
Структура связей между вершинами графа определялась на основе рассмотренного ранее отношения смежности между комбинациями значений определяющих параметров. Поскольку число таких параметров в рассматриваемом примере равно 3, то для любой фиксированной модели (солвера) пространственное размещение графа может быть представлено в виде трехмерной сетки, координаты узлов которой могут быть получены нормализацией значений определяющих параметров на интервалы  $[-1; 1]$  так, что минимальное значение преобразуется в  $-1$ , среднее в  $0$ , а максимальное в  $1$ . Например, набор значений  $(3; 20; 0)$  после нормализации преобразуется в набор значений  $(-1; 1; -1)$ , а  $(7; 10; 10)$  – в  $(1; -1; 1)$ . При этом, поскольку в рамках каждой визуальной карты визуализируется только один выбранный выходной параметр, то цвет шара фиксируется, и дополнительные визуальные признаки не задействуются. Таким образом, функция (2) приобретает вид:

$$F(Ma^*, Betta^*, Angle^*) = \langle \text{Ball}, R, \text{Blue} \rangle,$$

где  $Ma^*$ ,  $Betta^*$ ,  $Angle^*$  – нормализованные значения определяющих параметров (соответственно числа Маха, угла полураствора и угла атаки),  $R$  – радиус шара, при этом курсивом выделены переменные величины, а прямым шрифтом – постоянные. Для определения радиуса шара используются формулы:  $R = L1/10$  для нормы  $L1$  и  $R = L2/10$  для нормы  $L2$ .

В качестве показателя силы связи между одиночными экспериментами использовалась степень тесноты взаимосвязи между значениями величин ошибок  $L1$  и  $L2$ , полученных для различных солверов при смежных комбинациях значений определяющих параметров. Для оценки данного показателя выполнялся расчет коэффициента корреляции между соответствующими рядами, где каждый ряд содержит значения выходных параметров  $L1$  и  $L2$ , полученных с использованием всех солверов для заданной комбинации значений определяющих параметров (каждый ряд, таким образом, содержит 6 значений). Результаты расчета данных показателей были использованы для построения визуальных образов связей, которые представляют собой цилиндры с диаметром, пропорциональным силе связи.

На рисунках 2-5 представлены некоторые результаты построения визуальных карт рассматриваемого ОВЭ.



**Рисунок 2** – Визуальная карта ОВЭ для солвера pisoCentralFOAM и выходного параметра  $L1$

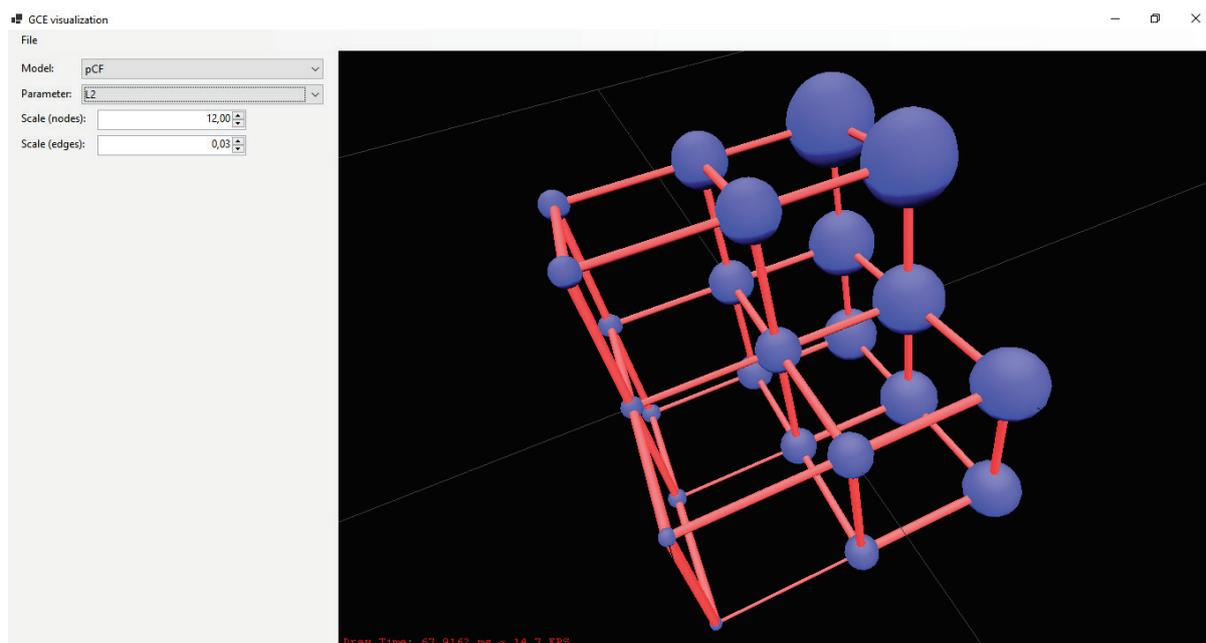


Рисунок 3 – Визуальная карта ОВЭ для солвера pisoCentralFOAM и выходного параметра L2

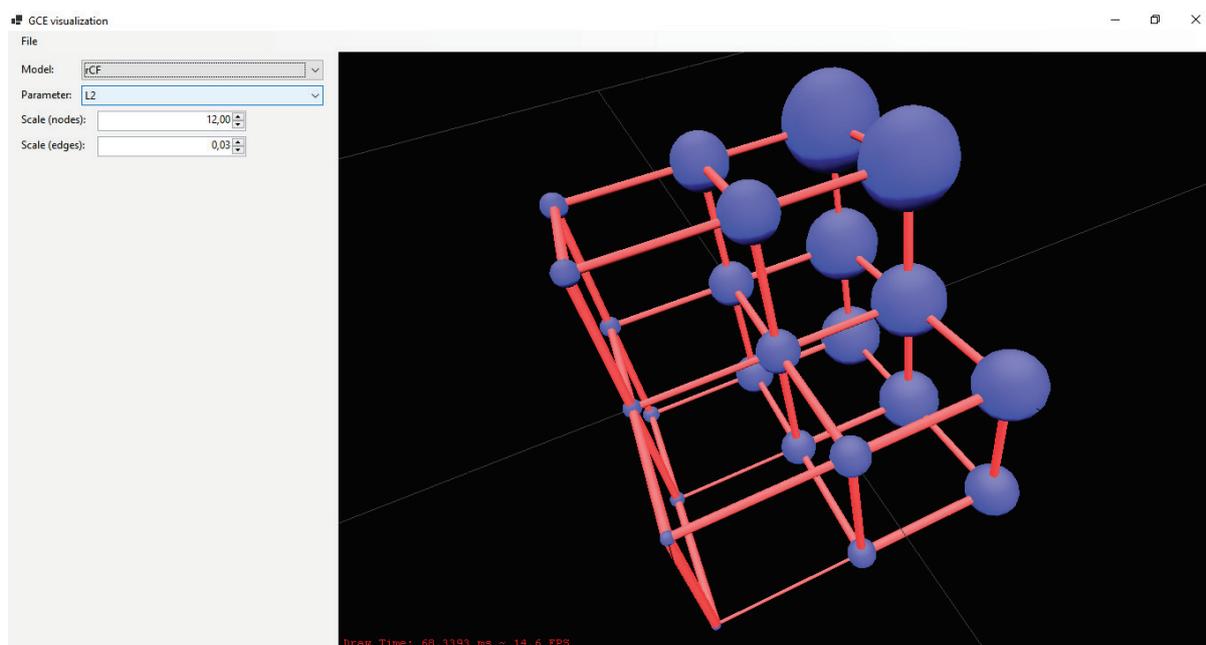


Рисунок 4 – Визуальная карта ОВЭ для солвера rhoCentralFOAM и выходного параметра L2

## 5. Обсуждение результатов

В результате анализа визуальных карт ОВЭ, построенных для различных солверов с помощью предложенного подхода, можно заметить, что для всех солверов при увеличении значения числа Маха значительно увеличиваются размеры вершин графа, что свидетельствует об увеличении значений норм отклонений L1 и L2. Вместе с тем, при фиксированном значении числа Маха и различных значениях углов полураствора и атаки различие размеров вершин уже не является столь значительным. Эти факты могут свидетельствовать о существенном влиянии на точность солверов в первую очередь параметра, задаваемого числом Маха.

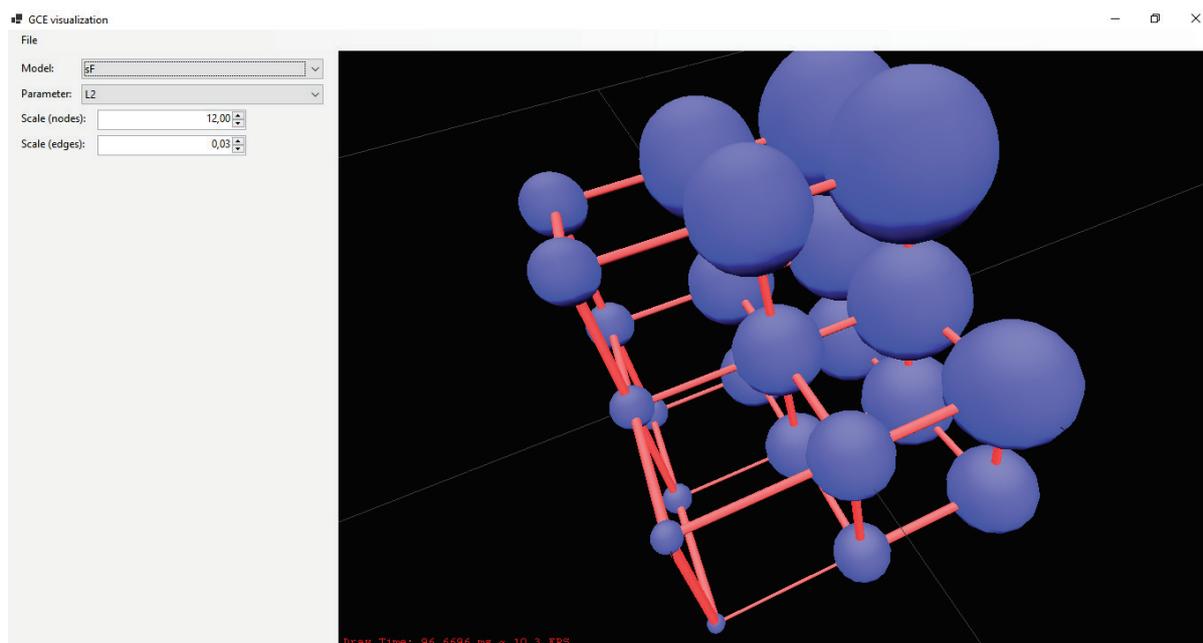


Рисунок 5 – Визуальная карта ОВЭ для солвера sonicFOAM и выходного параметра L2

Кроме того, использование предложенного метода визуализации связей между одиночными экспериментами позволяют визуально оценить степень взаимосвязи результатов экспериментов со смежными комбинациями значений определяющих параметров, поскольку для разных солверов она остается одинаковой. А это в свою очередь позволяет визуально определить «сильные» и «слабые» связи. Как уже отмечалось ранее, «слабые» связи (которым соответствуют ребра меньшей толщины) могут свидетельствовать как об ошибках в экспериментах, так и о необходимости более детального исследования соответствующего диапазона значений определяющих параметров.

## 6. Заключение

Построение трехмерной визуальной карты ОВЭ с поддержкой визуализации связей между составляющими его одиночными вычислительными экспериментами расширяет возможности применения методов визуализации и визуальной аналитики для оценки состояния ОВЭ в моделях динамического планирования и управления его проведением. В работе предложен метод построения подобной визуальной карты, основанный на представлении состояния ОВЭ в виде графовой модели и ее визуализации с использованием подхода, в основе которого лежит понятие метафоры визуализации. Предложенный метод позволяет строить трехмерные визуальные карты для ОВЭ с множеством определяющих параметров, обеспечивая их сведение к трехмерному визуальному образу, с возможностью анализа в различных разрезах за счет фиксации значений различных определяющих параметров и выбора результирующих показателей.

Использование разработанного программного инструмента способствует повышению уровня интерактивности взаимодействия исследователя с визуальными картами ОВЭ, а также повышению скорости восприятия информации, представленной в визуальной модели, что, в свою очередь, положительно сказывается на результативности анализа состояний ОВЭ.

Развитие функциональных возможностей разработанной программной системы построения и анализа трехмерных визуальных карт ОВЭ возможно за счет комбинирования визуальных карт ОВЭ для нескольких моделей на единой трехмерной сцене, а также автоматизация прогнозирования результатов планируемых экспериментов.

## 7. СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Bondarev A.E. On the Construction of the Generalized Numerical Experiment in Fluid Dynamics // *Mathematica Montisnigri*. 2018. XLII. pp. 52–64.
- [2] Zakharova A., Korostelyov D., Podvesovskii A. Evaluating State Effectiveness in Control Model of a Generalized Computational Experiment // Kravets A.G. et al. (eds.): *Creativity in Intelligent Technologies and Data Science. CIT&DS 2021. Communications in Computer and Information Science*, Vol 1448. Springer, Cham, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-87034-8\_16
- [3] Zakharova A.A., Korostelyov D.A., Podvesovskii A.G., Galaktionov V.A. Methods of Constructing a Visual Map of Generalized Computational Experiment // *Scientific Visualization*. 2021. Vol. 13, No. 4. pp 76–92. doi: 10.26583/sv.13.4.07
- [4] Применение методов визуальной аналитики для кластеризации и категоризации задач анализа и обработки данных экспериментов в области физики высоких энергий и ядерной физики / Галкин Т.П. [и др.] // *Научная визуализация*. 2018. Т. 10. № 5, С. 32–44. doi: 10.26583/sv.10.5.03
- [5] Мочалов А.А., Вараксин А.Ю. Обработка визуальных экспериментальных PIV-данных при помощи генератора случайных синтетических частиц // *Научная визуализация*. 2021. Т. 13. № 5. С 27–34. doi: 10.26583/sv.13.5.03
- [6] Букалин А.О., Загребяев А.М., Пилюгин В.В. Программный комплекс для трехмерной визуализации поведения нейтронных полей и архивных параметров при эксплуатации реактора РБМК-1000 // *Научная визуализация*. 2022. Т. 14. № 1. С. 50–61. doi: 10.26583/sv.14.1.05
- [7] Улизко М.С., Артамонов А.А., Тукумбетова Р.Р., Антонов Е.В., Василев М.И. Критические пути распространения информации в сетях // *Научная визуализация*. 2022. Т. 14. № 2. С. 98–107. doi: 10.26583/sv.14.2.09
- [8] Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Analysis of the Accuracy of OpenFOAM Solvers for the Problem of Supersonic Flow Around a Cone // Shi Y. et al. (eds.) *ICCS 2018, LNCS*, vol. 10862. pp. 221–230. Springer, Cham, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-93713-7\_18
- [9] OpenFOAM. Free CFD Software. The OpenFOAM Foundation [Электронный ресурс]. URL: <https://openfoam.org> (дата обращения 29.06.2022).
- [10] Захарова А.А., Шкляр А.В. Метафоры визуализации // *Научная визуализация*. 2013. Т. 5. № 2. С. 16–24.
- [11] Исаев Р.А., Подвесовский А.Г. Визуализация графовых моделей: подход к построению метафор представления // *Научная визуализация*. 2021. Т. 13. № 4. С. 9–24. doi: 10.26583/sv.13.4.02
- [12] Meyer B. Self-Organizing Graphs – A Neural Network Perspective of Graph Layout // Whitesides S.H. (eds) *Graph Drawing. GD 1998. Lecture Notes in Computer Science*, vol 1547. Springer, Berlin, Heidelberg, 1998. doi: 10.1007/3-540-37623-2\_19
- [13] Noack A. An Energy Model for Visual Graph Clustering // Liotta G. (eds) *Graph Drawing. GD 2003. Lecture Notes in Computer Science*, vol 2912. Springer, Berlin, Heidelberg, 2004. doi: 10.1007/978-3-540-24595-7\_40
- [14] Касьянов В., Касьянова Е. Визуализация информации на основе графовых моделей // *Научная визуализация*. 2014. Т. 6. № 1. С. 31–50.