

## Оптическая диагностика конвективных структур в вертикальном слое воды, ограниченном теплообменными поверхностями при нестационарных граничных условиях

Ю.Н. Дубнищев<sup>1, 3</sup>, В.А. Арбузов<sup>1, 3</sup>, Э.В. Арбузов<sup>1, 2, 3</sup>, В.С. Бердников<sup>1, 3</sup>, С.А. Кислицын<sup>1, 3</sup>, О.С. Мелёхина<sup>3</sup>  
 dubnistchev@itp.nsc.ru | arbuzov@itp.nsc.ru | arbuzov@math.nsc.ru | berdnikov@itp.nsc.ru | 100pch@mail.ru<sup>1, 3</sup> |  
 melexina-olga17@yandex.ru<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе

Сибирского отделения Российской академии наук (ИТ СО РАН), Новосибирск, Россия;

<sup>2</sup>Институт математики Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН), Новосибирск, Россия;

<sup>3</sup> Новосибирский государственный технический университет (НГТУ), Новосибирск, Россия

*Методами гильберт-оптики и сдвиговой интерферометрии визуализирован процесс эволюции конвективных структур в вертикальном слое воды, ограниченном плоскими теплообменными поверхностями при нестационарных граничных условиях. Восстановлено температурное поле. Решена обратная задача реконструкции интерферограмм и гильбертограмм из численной модели теплового поля в конвективном течении.*

**Ключевые слова:** оптическая диагностика, гильберт-оптика, сдвиговая интерферометрия, конвективные течения.

## Optical diagnostics of convective structures in a vertical water layer, limited by heat exchange surfaces under non-stationary boundary conditions

Yu.N. Dubnichchev<sup>1, 3</sup>, V.A. Arbuzov<sup>1, 3</sup>, E.V. Arbuzov<sup>1, 2, 3</sup>, V.S. Berdnikov<sup>1, 3</sup>, S.A. Kisletsin<sup>1, 3</sup>, O.S. Melekhina<sup>3</sup>  
 dubnistchev@itp.nsc.ru | arbuzov@itp.nsc.ru | arbuzov@math.nsc.ru | berdnikov@itp.nsc.ru | 100pch@mail.ru<sup>1, 3</sup> |  
 melexina-olga17@yandex.ru<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Kutateladze Institute of Thermophysics

Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia;

<sup>2</sup> Sobolev Institute of Mathematics Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,

Novosibirsk, Russia

<sup>3</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

*Using the methods of Hilbert optics and shear interferometry, the evolution of convective structures in a vertical layer of water, limited by flat heat exchange surfaces under non-stationary boundary conditions, is visualized. The temperature field is restored. The inverse problem of reconstructing interferograms and Hilbertograms from the numerical model of the thermal field in a convective flow is solved.*

**Keywords:** optical diagnostics, Hilbert-optics, shear interferometry, convective currents.

### 1. Введение

Методы оптической диагностики в значительной мере определяют уровень экспериментальных исследований в современной гидро- и газодинамике. Выбор конвективных течений в качестве объекта приложений оптической диагностики объясняется особой важностью конвекции в геодинамике, физике атмосферы и океана, в гидродинамических и теплофизических процессах с фазовыми переходами [1, 2].

Интерес к этим проблемам обострился в последнее время в связи с интенсификацией циклических процессов таяния и образования льдов в арктических и антарктических районах, оказывающих огромное влияние на мировой океан и климат. Экспериментальные и теоретические исследования конвективных процессов и динамики фазового перехода вода–лед с учётом аномалии плотности воды в области 0–4°C необходимы для многочисленных технических и технологических приложений [3]. Изучение динамики фазовых переходов в переохлаждённой жидкости и эволюции конвективных структур в системе вода–лед требует применения невозмущающих методов диагностики, основанных на

современных достижениях оптики, лазерной техники и информационных технологий. Необходимость таких исследований мотивирована настоящая работа.

### 2. Метод и экспериментальная установка

Упрощённая схема исследовательского комплекса, содержащего систему оптической диагностики и экспериментальный стенд, показана на рисунке 1. Схема содержит осветительный модуль, состоящий из источника света 1 (рутная лампа ДРШ–250), конденсорной линзы 2 и щелевой диафрагмы 3, помещённой в передней фокальной плоскости объектива 4, формирующего зондирующее поле в исследуемой среде. Такой средой является вода, заполняющая прямоугольную полость 5 с прозрачными стёклами оптического качества (рис. 2). Внутренние размеры полости 136×86×30 мм, боковые стенки образованы охлаждаемыми плоскими параллельными медными пластинами высокого качества 6 и 7. Температура одной из пластин ( $T_1$ ) регулируется и поддерживается терmostатом в пределах до –28°C. Температура другой пластины ( $T_2$ ) – в диапазоне от комнатной температуры до ~8,0°C. Внутри пластин имеются полости, в которые подаётся охлаждающая жидкость из терmostатов 8 и 9.

Терmostаты управляются компьютером 10 по заданной программе. Трубки, подающие хладагент в теплообменные боковые пластины, обозначены цифрами 11–14, трубы оттока – 15, 16. Расположение подающих трубок и трубок оттока может меняться в соответствии с условиями эксперимента. Расстояния между трубками – 80 мм.

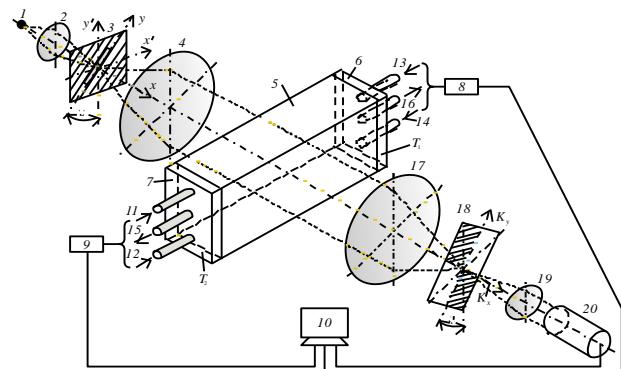


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

Объектив 17 формирует в частотной плоскости фурье-спектр возмущённого исследуемой средой зондирующего светового поля. Квадрантный гильберт-фильтр 18 помещён в фурье-плоскость объектива 17. Частотная ось  $K_x$  гильберт-фильтра ортогональна направлению изображения щелевой диафрагмы светового источника ( $\psi=45^\circ$ ). Объектив 19 выполняет обратное фурье-преобразование фильтрованного пространственно-фильтрованного спектра фазовой структуры светового поля. Восстановленное объективом 19 изображение гильберт-образа фазовой структуры светового поля, возмущённого исследуемой средой, регистрируется цифровой видеокамерой 20, подключенной к компьютеру 16.



Рис. 2. Исследуемая прямоугольная полость с водой. Видны оптические трубы, подающие хладагент в теплообменные боковые пластины.

исследуемую среду (воду), терmostатированными поверхностями 6 и 7 задаются по заданной программе температурные граничные условия:  $T_1$  и  $T_2$ ,  $T_1 < T_2$ . В пространстве между терmostатированными поверхностями возникают конвективные структуры, которые проявляются как возмущения полей оптической фазовой плотности. Эти структуры индуцируются рэлей-бенаровской конвекцией, осложнённой наличием фазового

перехода и аномалией плотности воды в температурном интервале  $0\text{--}4^\circ\text{C}$ .

Вблизи боковой терmostатированной поверхности при росте градиента температуры вода становится переохлаждённой жидкостью, переходя в состояние неустойчивого равновесия. В такой среде возникает переход из жидкой фазы в твёрдокристаллическое состояние. Это – фазовый переход первого рода. Он проявляется возникновением волны кристаллизации и сопровождается энерговыделением, что в свою очередь влияет на динамическое распределение градиента оптической фазовой плотности в переохлаждённой воде и индуцирует фазовые возмущения в зондирующем световом поле, фурье-спектр которых  $s(K_x, K_y)$  формируется в частотной плоскости объектива 17.

Когерентная передаточная функция пространственно-частотного фильтра 18, выполняющего одномерное преобразование Гильберта, описывается выражением:

$$H(K_x, K_y) = [e^{-i\varphi}\sigma(K_x) + e^{i\varphi}\sigma(-K_x)]\sigma(K_y) + \\ + [e^{i\varphi}\sigma(K_x) + e^{-i\varphi}\sigma(-K_x)]\sigma(-K_y) = \\ = \cos\varphi - i\sin\varphi \operatorname{sgn} K_x. \quad (1)$$

где  $K_x$  и  $K_y$  – пространственные частоты;  $\sigma(\pm K_x)$  и  $\sigma(\pm K_y)$  – функции Хевисайда;  $\varphi$  – фазовый сдвиг, задаваемый соответствующим квадрантом пространственно-частотного фильтра. Фильтр с когерентно-передаточной функцией (1) выполняет одномерное преобразование Фуко-Гильберта.

В фурье-плоскости  $H(K_x, K_y)$  пространственно-частотная ось  $K_x$  ортогональна изображению щелевого источника. Фурье-спектр светового поля непосредственно после фильтра:

$$s(K_x, K_y)H(K_x, K_y) = s(K_x, K_y) [(\cos\varphi - i\sin\varphi \operatorname{sgn} K_x)] = \\ = s(K_x, K_y) \cos\varphi + \hat{s}_x(K_x, K_y) \sin\varphi. \quad (2)$$

Здесь  $s(K_x, K_y)$  – пространственно-частотный фурье-спектр светового поля, возмущённого исследуемой средой;  $\hat{s}_x(K_x, K_y) = -i\operatorname{sgn}(K_x)s(K_x, K_y)$  – фурье-спектр светового поля, подвергнутого одномерному преобразованию Гильберта по оси  $K_x$ .

Фазовый сдвиг  $\varphi$  является функцией длины волны  $\lambda$  зондирующего светового поля:  $\varphi=\varphi(\lambda)$ .

При длине волны  $\lambda=\lambda_0$ , удовлетворяющей условию  $\varphi(\lambda)=\pi/2$ , фурье-фильтр 18 выполняет одномерное преобразование Гильберта:

$$\hat{s}_x(K_x, K_y) = -i\operatorname{sgn}(K_x)s(K_x, K_y) \quad (3)$$

Если исследуемая среда индуцирует исключительно фазовые возмущения зондирующего поля, фурье-спектр возмущённого поля описывается выражением

$$s(K_x, K_y) = e^{i\psi(K_x, K_y)}.$$

Фильтрованный фурье-спектр фазовых возмущений:

$$s(K_x, K_y)H(K_x, K_y) = \\ = \left\{ \sum_m [1 + i\tilde{\Psi}_{m_x}(K_x, K_y)] \right\} [-i\operatorname{sgn} K_x] = \sum_m \hat{\Psi}_{m_x}(K_x, K_y), \quad (4)$$

где  $\hat{\Psi}_{m_x}(K_x, K_y)$  – фурье-спектр фазовых возмущений, соответствующий гильберт-полосе  $m$ -го порядка. Здесь учтено, что гильберт-преобразование обладает квазидифференцирующими свойствами. Поэтому гильберт-образ отображает структуру градиентов поля фазовых возмущений.

Объектив 19 камкордера выполняет обратное фурье-преобразование фильтрованного фурье-спектра фазовых возмущений:

$$\sum_m \hat{\Psi}_{m_x}(K_x, K_y) \leftrightarrow \sum_m \hat{\Psi}_{m_x}(x, y) \quad (5)$$

Визуализированные посредством одномерного гильберт-преобразования фазовые структуры (4) регистрируются фотоматрицей камкордера.

Изображение одномерного гильберт-образа фазовых возмущений

$$\sum_m |\hat{\Psi}_{m_x}(x, y)|^2$$

анализируется в системе координат  $(x', y')$ , повёрнутой относительно системы координат  $(x, y)$  на угол  $\alpha=45^\circ$ :

$$\sum_m |\hat{\Psi}_{m_x}(x', y')|^2, \quad (6)$$

где

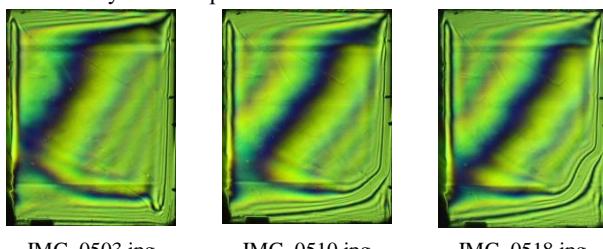
$$x' = \frac{1}{2}(x + y); \quad y' = \frac{1}{2}(x - y).$$

В случае широкополосного источника выполняется одномерное преобразование Фуко–Гильберта с когерентной передаточной функцией фильтра (1). Результатом фильтрации является трансформация поля фазовых возмущений в аналитический сигнал, являющийся суперпозицией фильтрованного сигнала и его гильберт-образа. Соответственно, сигнал, зарегистрированный фотоматрицей, представляет собой суперпозицию изображений фазового возмущения и его гильберт-образа. Регистрируемое изображение представляет собой структуру, состоящую из гильберт-полос, отображающих возмущения градиентов оптической фазовой плотности в исследуемой среде.

### 3. Результаты

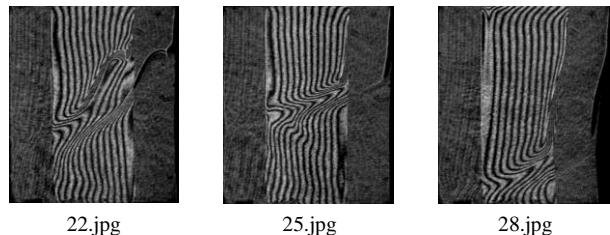
На рисунке 3 показана выборка кадров из видеофильма, иллюстрирующих гильберт-визуализацию конвективных структур в слое пресной воды, ограниченном вертикальными плоскими теплообменными поверхностями.

На рисунке 4 представлен пример конвективных структур и фазового перехода в том же слое, визуализированных методами сдвиговой интерферометрии. Гильбертограммы и сдвиговые интерферограммы отображают экстремумы фазовых градиентов и соответствуют изотермам.



**Рис. 3.** Кадры видеофильма, иллюстрирующие гильберт-визуализация конвективных структур и фазового перехода в воде.

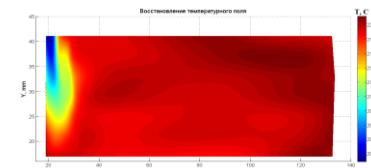
Использование для аппроксимации полиномов Бернштейна позволяет построить сетку, адаптирующуюся к деформациям интерференционных линий. По полученной сетке проводится двумерная сплайн-интерполяция и восстанавливается температурное поле (рис. 6, 7). Рисунок 5 иллюстрирует аппроксимацию интерференционных полос кривыми Безье.



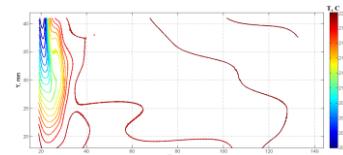
**Рис. 4.** Сдвиговые интерферограммы, визуализирующие конвективные структуры и фазовый переход в вертикальном слое пресной воды.



**Рис. 5.** Аппроксимация кривыми Безье интерференционных полос на сдвиговой интерферограмме.



**Рис. 6.** Восстановленное температурное поле по сдвиговой интерферограмме (оси  $x$ – $y$ ).



**Рис. 7.** Изотермы восстановленного температурного поля (оси  $x$ – $y$ ).

На рисунке 7 показан пример изотерм восстановленного температурного поля.

Апроксимация интерференционных и гильберт-полос полиномами Бернштейна позволяют строить равномерную сетку, по которой производится двумерная сплайн-интерполяция и восстанавливается температурное поле.

В работе [4], в качестве верификации численной модели температурного поля, выполнено численное моделирование сдвиговых интерферограмм и гильберт-изображений по численной модели изотерм.

Гильбертограммы и сдвиговые интерферограммы, синтезированные из численных моделей изотерм, относящимся к моментам времени: а) – 122 с; б) – 305 с; в) – 710 с. после включения терmostатов, управляющих температурой теплообменных поверхностей, представлены на рисунке 8.

Изотерма, соответствующая инверсии плотности воды ( $+4^\circ\text{C}$ ), выделена красным цветом. Она делит пространство на две области. Над изотермой ( $+4^\circ\text{C}$ ) возникает вихревое движение конвективных структур, направленное по часовой стрелке.

Под этой изотермой вихревое движение конвективных структур происходит против часовой стрелки. Сопряжённые вихри, сформированные над и под изотермой

(+4°C), переносят тёплую воду вниз, а охлаждённую воду – наверх.

На рисунке 9 показаны сдвиговые интерферограммы: а – экспериментально полученная; б – численно смоделированная.

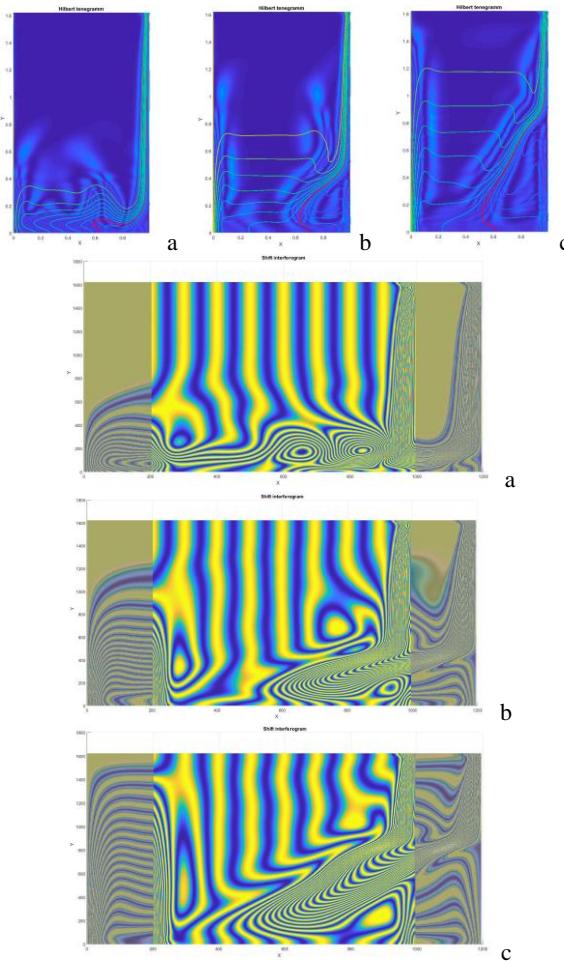


Рис. 8. Смоделированное поле изотерм, соответствующие ему гильбертограммы и сдвиговые интерферограммы (красная линия – изотерма +4°C).

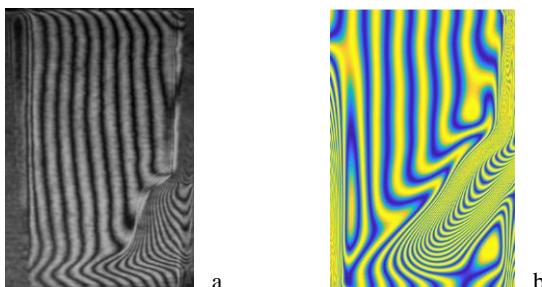


Рис. 9. Сдвиговые интерферограммы:  
а – экспериментальная; б – смоделированная.

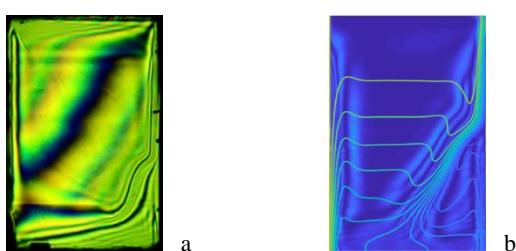


Рис. 10. Гильбертограммы: а – экспериментальная;  
б – смоделированная.

На рисунке 10 приведены гильбертограммы: а – полученная экспериментально; б – синтезированная из структуры численно смоделированных изотерм.

#### 4. Заключение

Исследования индуцированных нестационарными граничными условиями конвективных течений и их влияния на структуру и динамику фронтов кристаллизации актуальны для развития новых технологий выращивания кристаллов, понимания аномалий процессов формирования и таяния льда в арктических и антарктических районах. Исследование этой проблемы к настоящему времени выполнено только в узком диапазоне параметров и пока не имеет системного характера. Похожими зависимостями плотности от температуры обладают растворы галлия, эвтектики кадмий–рутуть–теллур и некоторых других веществ и материалов. Поэтому вода может использоваться в качестве жидкости-имитатора расплава для отработки технологий получения монокристаллов.

Область приложений не ограничивается течениями, имеющими конвективную природу. Она может быть расширена на решение задач фундаментального и прикладного характера в экспериментальной гидро- и газодинамике, теплофизике, биологии, медицине.

#### 5. Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (18-38-00790 мол. а).

#### 6. Литература

- [1] Smits A.J., Lim N.N. Flow Visualization. Imperial College Press. 2010.
- [2] Lappa M. Thermal Collection: Patterns, Evolution and Stability. Chichester: John Wiley Sons. 2010.
- [3] Арбузов В.А., Арбузов Э.В., Дубнищев Ю.Н., Бердников В.С., Мелёхина О.С. Оптическая диагностика фронта кристаллизации, индуцированного температурным градиентом на верхней границе горизонтального слоя жидкости. Автометрия. Т. 53, № 2. С. 39–44.
- [4] Бердников В.С., Винокуров В.А., Винокуров В.В. Влияние нестационарных режимов свободной и смешанной конвекции расплавов на теплообмен и формы фронтов кристаллизации в методе Чохральского // Известия РАН. Серия Физическая. 2017. Т. 81, № 10. С. 1395–1402.

#### Об авторах

Дубнищев Юрий Николаевич, д.т.н., профессор, г.н.с. Института теплофизики СО РАН, dubnistchev@itp.nsc.ru.

Арбузов Виталий Анисифорович, д.т.н., в.н.с. Института теплофизики СО РАН, arbuzov@itp.nsc.ru.

Бердников Владимир Степанович, д.ф.-м.н., г.н.с. Института теплофизики СО РАН, berdnikov@itp.nsc.ru.

Арбузов Эдуард Витальевич, к.ф.-м.н., с.н.с. Института математики СО РАН, arbuzov@math.nsc.ru.

Кислицын Степан Александрович, аспирант НГТУ, инженер-исследователь Института теплофизики СО РАН, 100pch@mail.ru.

Мелёхина Ольга Сергеевна, аспирант НГТУ, melekhina-olga17@yandex.ru.