

Использование полифигур для валидации и верификации вычислительных моделей в системе компьютерной проверки решений задач инженерной геометрии

А.А. Бойков, А.М. Федотов
albophx@mail.ru/fam1950@bk.ru

Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина, Иваново, Россия

В работе показано применение компонентов разработанной системы проверки решений конструктивных задач инженерной геометрии для сравнения расчетных данных с контрольными в задачах валидации математических моделей и верификации вычислительных подпрограмм.

Ключевые слова: инженерная геометрия, валидация и верификация, математическая модель, вычислительная подпрограмма, полифигура.

Using of the polyfigures in the system of automated verifying of engineering geometry task solutions for validation problems

A.A. Boykov, A.M. Fedotov
albophx@mail.ru/fam1950@bk.ru
Ivanovo State Power University, Ivanovo, Russia

Using of the components of the system of automated verifying of engineering geometry task solutions to compare the calculated data with the control data for the validation and verification problems is shown.

Keywords: engineering geometry, validation and verification, mathematical model, computational subroutine, polyfigure.

1. Введение

При математическом моделировании различных процессов возникает необходимость проверки достоверности модели, включающей комплекс процедур, одной из которых является практическая проверка результатов моделирования. При этом результаты моделирования могут сопоставляться с эталонными данными, полученными вычислительным (верификация) или экспериментальным (валидация) путем. Разработка математических моделей может осуществляться как с применением специальных программ, содержащих в своем составе инструменты верификации и валидации, так и с помощью программ общего назначения (*MS Excel*, *MathCAD*, языки программирования), в которых для выполнения проверки требуется прикладывать дополнительные усилия или создавать специальные модули. Упростить процедуру верификации и валидации позволяет рассмотренная в предыдущей работе [3] система автоматической проверки, реализующая алгоритм проверки способом наложения.

Конструктивная задача инженерной геометрии – это задача, связанная с созданием геометрической модели, представленной в памяти компьютера совокупностью фигур, путем последовательных построений – команд геометрического редактора. Современные геометрические редакторы, кроме простых фигур – прямых, окружностей и др. – позволяют работать с полилиниями, сетками, сплайновыми кривыми и поверхностями. Алгоритм проверки решения [3] состоит в сравнении созданной модели с эталоном и естественным образом позволяет решить задачу валидации и верификации как задачу определения близости кривых или поверхностей.

2. Использование полифигур в алгоритме проверки способом наложения

Для представления сложных кривых и поверхностей в алгоритме проверки способом наложения предназначены

полифигуры, состав параметров которых может быть переменным и определяется совокупностью опорных точек. Каждой полифигуре в языке моделирования выделен свой терминальный символ [3]. Полифигура – тройка $\langle a, P=F, V \rangle$, где a – символ фигуры, F – координаты конечного множества опорных точек, определяющих ее форму, для удобства упорядоченных индексом следования, V – множество атрибутов фигуры.

Пусть эталонные данные представляют собой дискретный набор наблюдений вида $\langle x_{i,1}, \dots, x_{i,k}, y_i \rangle$, $i=1, n$; где $x_{i,1}, \dots, x_{i,k}$ – значения k факторов, при которых получено контрольное значение целевой величины y_i . Будем рассматривать каждое наблюдение как точку в $k+1$ -мерном пространстве; тогда эталонный набор наблюдений можно считать полифигурой.

В результате работы численного алгоритма формируется матрица данных вида $\langle \dots \langle y_{1,1}, \dots, y_{1,1..Mk} \rangle, \dots \langle y_{n,1}, \dots, y_{n,1..Mk} \rangle, \dots \rangle$, соответствующих значениям величины y для разных наборов значений k факторов, взятых с некоторым шагом. Преобразуем матрицу к виду $\langle \langle x_{1,1}, \dots, x_{1,k}, y_1 \rangle, \dots \langle x_{M,1}, \dots, x_{M,k}, y_M \rangle \rangle$, подставив явно значения факторов $x_{i,1}, \dots, x_{i,k}$, и получим проверяемую полифигуру.

В ходе сравнения полифигур алгоритм проверки способом наложения определяет расстояние до проверяемой полифигуры для каждой опорной точки эталона, что и требуется в нашем случае. При этом вычисляются два показателя:

$$d_{\max}(A, A') = \max_{i=1}^n d(p_i, A') + \sum_{j=1}^k w_j^v \cdot \text{cmp}_j(u_j, u'_j), \quad (1)$$

$$d_{\text{avg}}(A, A') = \frac{\sum_{i=1}^n d(p_i, A')}{n} + \sum_{j=1}^k w_j^p \cdot \text{cmp}_j(u_j, u'_j), \quad (2)$$

где p_i – i -я контрольная точка эталона, $d(p_i, A')$ – оператор определения расстояния от точки p_i до проверяемой кривой, u_j и u'_j – значения j -го атрибута, cmp_j – оператор сравнения значений j -го атрибута.

Введем следующую меру расстояния от точки A эталона до проверяемой полифигуры:

$$d(p, A') = |k \cdot y_a - m \cdot f(x_{A,1}, \dots, x_{A,k})|^s, \quad (3)$$

где f – функция, возвращающая значение целевой величины y для значений $x_{A,1}, \dots, x_{A,k}$ факторов, k, m – коэффициенты, позволяющие учесть разницу в единицах измерения значений величины y в эталоне и численном алгоритме. Если численные данные не требуют дополнительной настройки, значения их, соответственно, $k=m=1$. Параметр s позволяет единообразно рассматривать линейные и квадратичные отклонения.

Поскольку проверяемая полифигура задается набором точек, выбранных с некоторым шагом по каждому фактору (узлами k -мерной сетки), значение функции f известно только в узлах сетки, и для произвольного набора $x_{A,1}, \dots, x_{A,k}$ должно быть получено при помощи интерполяции [1, 6]. Чем меньше шаг сетки по каждому измерению (фактору), тем ближе к узлам сетки оказывается эталонный набор значений факторов $x_{A,1}, \dots, x_{A,k}$, тем выше достоверность результатов сравнения.

Процедура сравнения включает следующие шаги:

1. Формирование эталонной полифигуры a_s на основе контрольных данных.
2. Формирование проверяемой полифигуры a на основе результатов вычислений.
3. Сравнение полифигур в рамках общего способа наложения.

Поскольку проверяемая модель, как и эталон, состоит из одной фигуры, то проверку выполняет единственный вызов оператора определения меры различия двух полифигур [3].

3. Сравнение с учетом доверительного интервала

В случае сопоставления с набором экспериментальных данных интерес представляет сравнение в пределах некоторого диапазона для каждой точки. Организовать учет такого сравнения позволяет комплексная мера – многокомпонентная структура данных вида $\langle f_0, \dots, f_k \rangle$, каждый компонент которой формализует свой аспект различия сравниваемых объектов. При сложении мер компоненты суммируются независимо. Результат сравнения двух мер определяет старший компонент, в котором значения мер различны.

Пусть доверительный интервал для точки A задан значениями $[y_A - \delta_m; y_A + \delta_p]$, остальные координаты точки A и соответствующей точки проверяемой полифигуры равны $x_{A,1}, \dots, x_{A,k}$. Если значение $f(x_{A,1}, \dots, x_{A,k})$ не выходит из доверительного интервала, для точки A возвращается расстояние, равное $\langle \Delta_A; 0 \rangle$, если выходит – $\langle \Delta_A; 1 \rangle$. Тогда результирующая мера составит $\langle \Delta; N_f \rangle$, где Δ – суммарное или максимальное расстояние по формулам (1)-(2), а N_f – число точек, выходящих из доверительного интервала. Эталонная полифигура задается с указанием отклонений целевой величины в опорных точках $\langle x_{i,1}, \dots, x_{i,k}, y_i - \delta_{mi}, +\delta_{pi} \rangle$ или $\langle x_{i,1}, \dots, x_{i,k}, y_i, y_i - \delta_{mi}, y_i + \delta_{pi} \rangle$ либо с указанием доверительного интервала в абсолютных или относительных единицах $\langle x_{i,1}, \dots, x_{i,k}, y_i, \delta_i \rangle$.

4. Задание полифигур текстовым форматом

Для задания эталонной и проверяемой полифигур использовался простой и достаточно гибкий текстовый формат, в котором данные о координатах точек полифигуры располагаются в отдельных строках. Первые строки могут содержать дополнительные определения:

- $ids=структура\ строки\ данных$. Во внутреннем представлении используются следующие названия основных осей координат – x, y, z, t . Ось y считается целевой; поэтому при сравнении полифигур, точки которых заданы перечислением значений, может понадобиться

поменять оси. Кроме названий осей в структуре строки данных используются y_{min} и y_{max} для явного указания границ доверительного интервала, $interval$ – для задания величины доверительного интервала координаты y для каждой точки. Примеры:

```
ids=x:y:_:ymin:ymax
```

```
ids=y:x
```

- $interval=значение\ доверительного\ интервала\ в\ целом\ для\ полифигуры$;

- $data=тип\ источника\ данных:параметры\ источника\ данных$. В качестве источника данных может выступать SQL-запрос к базе данных (тип *sql*), в этом случае параметры содержат строку запроса. В качестве источника данных для задач верификации рассматривается также аналитическое выражение (тип *law*), в этом случае параметры содержат текстовое представление выражения. Если источник данных не задан, далее следуют значения координат точек полифигуры:

```
ids=x:y:_:z
```

```
x1 y1 <лишнее значение1> z1
```

```
...
```

При описании данных допускаются счетчики и присваивания.

- $do=координата:начальное\ значение\ счетчика:шаг$.

Задаёт начальное значение указанной координаты и шаг изменения для следующей группы точек:

```
ids=y
```

```
do=x:0:0.01
```

```
y1
```

```
...
```

- $координата=общее\ значение\ для\ группы\ точек$. Задаёт общее значение координаты для группы точек:

```
ids=x:y
```

```
z=z1
```

```
x1 y1
```

```
...
```

Текстовое описание может быть легко получено средствами любого языка программирования или на основе данных, экспортированных из систем численного моделирования.

На рис. 1 показано сравнение расчетной полифигуры с эталонной на основе набора значений, снятых с осциллографа, из работы [7].

5. Проверка вычислительных подпрограмм

В случае сравнения расчетных данных с данными другой расчетной модели или аналитической зависимости (задача верификации) можно обеспечить совпадение значений факторов $x_{A,1}, \dots, x_{A,k}$ для проверяемой фигуры и эталонной, интерполяция в этом случае не требуется. Такое сравнение может быть полезно, например, для проверки вычислительных подпрограмм при их разработке, оптимизации и модификации.

Пусть требуется проверить корректность работы подпрограммы, реализующей вычисление некоторой функции в зависимости от значений k параметров – $y = f(x_1, \dots, x_k)$, и имеется таблица с достаточным числом контрольных значений величины y . Такая таблица может быть создана в другой версии подпрограммы, реализованной на другом языке программирования и вообще на другой вычислительной платформе.

Созданная один раз, далее она может применяться многократно. Преобразуем таблицу в эталонную полифигуру, как показано выше. Выполним вычисление y , используя проверяемую подпрограмму, и сформируем полифигуру для проверки. Осуществим сравнение полифигур, как показано выше.

Если подпрограмма реализует вычисление требуемой функции, результаты сравнения должны показать полную эквивалентность полифигур в пределах вычислительной погрешности. В строгом смысле такая эквивалентность не означает, что подпрограмма не реализует вычисление какой-то иной функции, но с увеличением числа контрольных точек вероятность ложной идентификации снижается.

Этот же подход может применяться для сравнения результатов работы различных конструктивно-геометрических алгоритмов. На рис. 2, а–в показана работа геометрических алгоритмов [2], реализующих так называемые ключевые (прогрессивный, лучевой и способ трапеции) способы образования поверхностей [4, 5] на одном и том же четырехзвенном контуре. На рис. 2, г–д показаны результаты сравнения поверхностей, полученных лучевым способом (λ) и способом трапеции (τ), с поверхностью, полученной прогрессивным способом (π), соответственно. Сравнение поверхностей λ и π показывает среднее расстояние между соответствующими точками – $3,9 \cdot 10^{-14}$ (максимальное – $4,6 \cdot 10^{-13}$), что с высокой вероятностью позволяет утверждать совпадение поверхностей (порядок 10^{-14} – 10^{-13} соответствует вычислительной погрешности).

6. Заключение

Было показано применение компонентов разработанной системы компьютерной проверки решений конструктивных задач на примере сравнения результатов численного моделирования с экспериментальными данными (задача валидации) и сравнения результатов работы двух алгоритмов формирования каркасов технических поверхностей (задача верификации).

Достоинство предложенного подхода заключается в автоматизации процедуры сравнения расчетных значений с контрольными при большом числе контрольных значений и в простоте представления эталонных и проверяемых данных, которые могут быть созданы в автоматическом, полуавтоматическом или ручном режиме средствами текстового редактора, любого языка программирования или получены из систем численного моделирования. Эталонные данные могут использоваться многократно.

Особенность предложенного алгоритма проверки способом наложения состоит в том, что используемый

в проверке эталон представляет собой, условно говоря, совокупность «рецептуров», сигнализирующих о тех или иных ошибках в ходе проверки, что позволяет наглядно представить ее результаты.

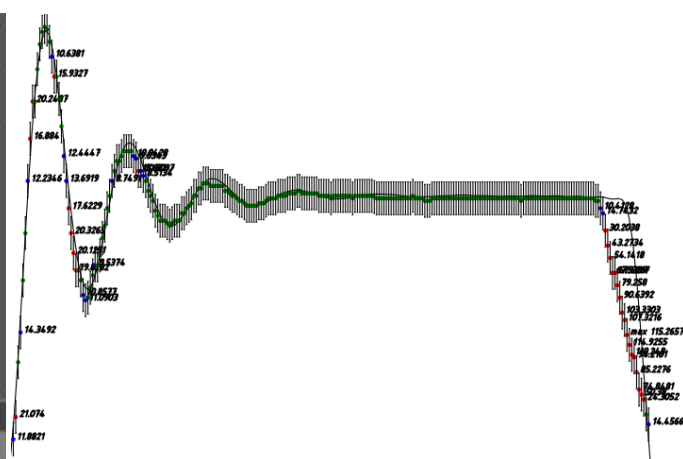
Таким образом предложенный алгоритм и компоненты разработанной системы могут применяться не только для автоматической проверки решений задач, связанных с представлением моделей геометрических объектов при помощи групп фигур, как это было показано в [3], но и в случае моделирования кривых и поверхностей на плоскости или в пространстве.

7. Литература

- [1] Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1985. – 631 с.
- [2] Бойков А. А. Элементы языка геометрических построений [электронный ресурс] // VII Междунар. научно-практ. интернет-конференция «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации» (февраль – март 2017 г.). – Режим доступа: <http://dgng.pstu.ru/conf2017/papers/138/> (Дата обращения: 01.06.2017)
- [3] Бойков, А., Федотов, А. Автоматическая проверка решений задач инженерной геометрии // GraphiCon 2016. Труды Международной научной конференции. – Москва-Протвино, 2016. – С. 352–355.
- [4] Волошинов, Д. В. Конструктивное геометрическое моделирование / Д. В. Волошинов. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2010. – 355 с..
- [5] Котов И. И. Геометрические основы ключевых способов построения поверхностей / И. И. Котов // Труды ВЗЭИ. Начертательная геометрия. – 1957. – Выпуск 10. – С. 15–36.
- [6] Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Мир, 2001. – 604 с.
- [7] Шадриков, Т.Е. Особенности применения частотного анализа при расчете электрических цепей с транзисторными преобразователями напряжения / Т.Е. Шадриков, А.М. Соколов, А.В. Гусенков, В.Д. Лебедев, А.С. Страхов // Электричество. № 1. – 2016. – С. 4–12.



а)



б)

Рис. 1. Сравнение расчетной полифигуры с эталонной:

а – экспериментальная осциллограмма напряжения на нагрузке кабельной линии,
б – сравнение расчетной и экспериментальной кривой (фрагмент).

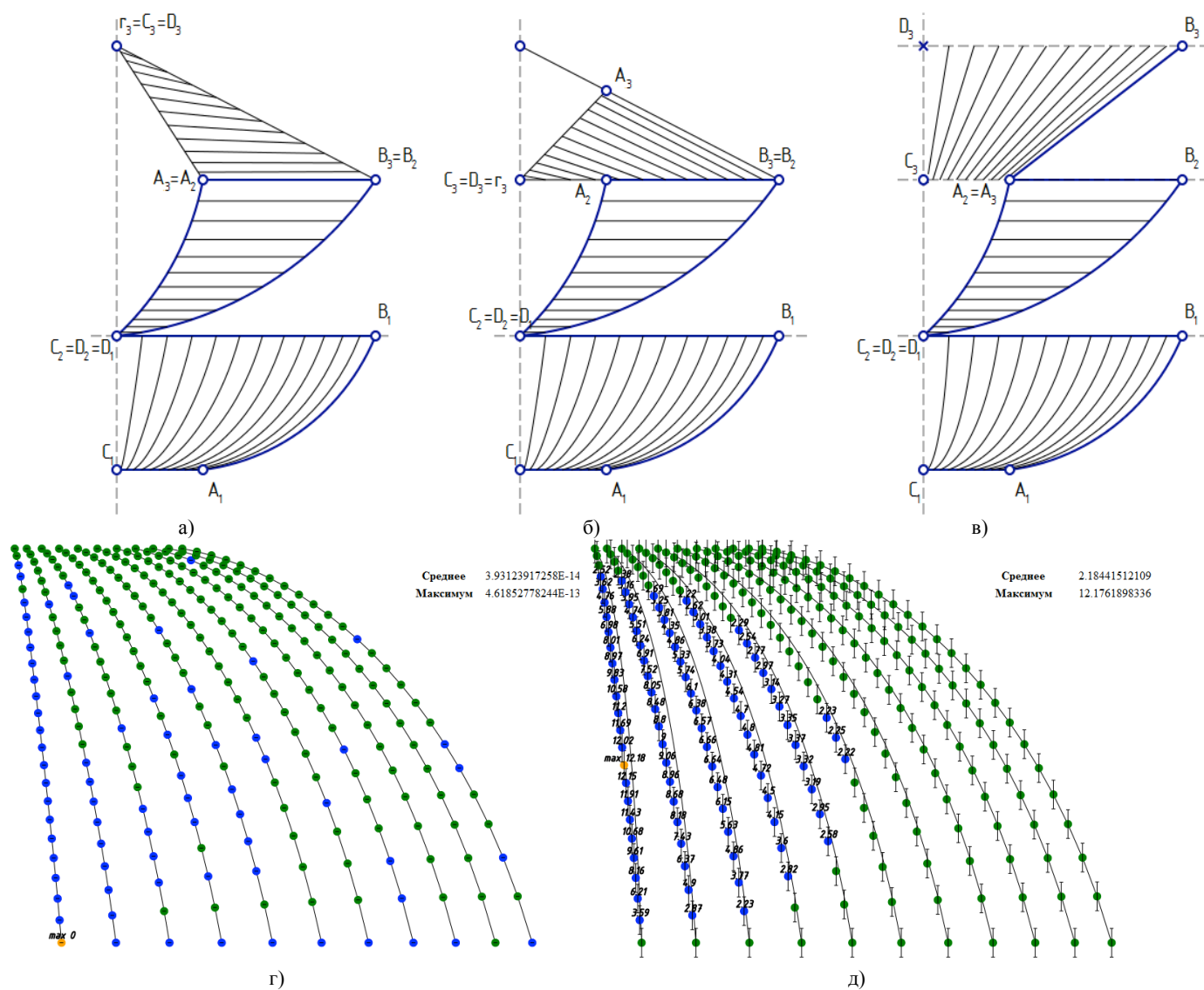


Рис. 2. Образование каркасов поверхностей ключевыми способами: прогрессивским π (а), лучевым λ (б) и способом трапеции τ (в), – и результаты поточечного сравнения каркасов поверхностей: λ с π (г), τ с π (д).