

# Модификация алгоритма нелокального усреднения на основе анализа главных компонент для удаления шума из цифровых изображений

Владимир Волохов, Евгений Сергеев, Иван Мочалов  
Лаборатория цифровые цепи и сигналы

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль, Россия  
volokhov@piclab.ru, sergeev@piclab.ru, dcslab@uniyar.ac.ru

## Аннотация

В настоящей работе рассматривается метод восстановления цифровых изображений из зашумленных данных, основанный на методе нелокального усреднения. Приведены результаты моделирования, показывающие основные особенности данного метода. Проведено сравнение полученных результатов с результатами, синтезированными на основе «классического» алгоритма нелокального усреднения.

**Ключевые слова:** алгоритм нелокального усреднения, анализ главных компонент, область обучения, векторы обучения, сохранение границ, фильтрация цифровых изображений.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

На данный момент времени задача фильтрации цифровых сигналов, изображений и видеопоследовательностей является по-прежнему актуальной. Последнее связано с непосредственным использованием указанных типов данных (далее цифровых изображений) в огромном количестве бытовых и научно-технических приложений, а также с тем, что теоретический предел [2] восстановления различных цифровых изображений современными алгоритмами фильтрации, на данный момент полностью не достигнут. Предполагая, что данные являются искаженными аддитивным белым гауссовским шумом, выделим несколько стандартных подходов к решению вышеозначенной задачи.

Алгоритмы локальной обработки цифровых изображений [5] возможно определить как методы, в которых весовые коэффициенты, используемые для взвешивания исследуемых данных, находящихся в окрестности оцениваемого пикселя (пикселей), зависят от расстояния до этого пикселя (пикселей), то есть принимают малые значения при большей пространственной удаленности исследуемых данных от оцениваемого пикселя (пикселей), в противном случае большие.

Алгоритмы нелокальной обработки цифровых изображений [5] возможно определить как методы, в которых весовые коэффициенты, используемые для взвешивания исследуемых данных, зависят от различия между значениями этих данных и значением оцениваемого пикселя (пикселей). В данном случае исследуемые данные, находящиеся в различных пространственных позициях на цифровом изображении, могут вносить одинаковый вклад в итоговую оценку.

Целью настоящей работы является анализ и построение модификации алгоритма нелокального усреднения, предложенного в работе [1]. Вначале кратко опишем основные особенности данного метода применительно к задаче шумоподавления.

## 2. АЛГОРИТМ НЕЛОКАЛЬНОГО УСРЕДНЕНИЯ

Предположим, что анализируемое цифровое изображение  $x$  искажено аддитивным белым гауссовским шумом  $n$  с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ .

1. Для обрабатываемого пикселя  $i$  зашумленного изображения  $y = x + n$  описываем квадратную окрестность, фиксированного размера, центрированную на этот пиксел.

2. Определяем подобность обрабатываемого пикселя  $i$  зашумленного изображения  $y$  с пикселем  $j$  того же изображения, используя взвешенное евклидово расстояние  $\|y(N_i) - y(N_j)\|_{2,a}^2$ , где  $N_i$  и  $N_j$  – квадратные окрестности, центрированные на пиксели  $i$  и  $j$ , соответственно,  $a$  – положительное число, определяющее среднеквадратическое отклонение гауссова ядра, используемого для вычисления взвешенного евклидова расстояния.

3. Определяем вес подобного к  $i$  пикселя  $j$  в итоговой оценке пикселя  $i$ :

$$w(i, j) = \frac{1}{z(i)} \cdot e^{-\frac{\|y(N_i) - y(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}}, \quad z(i) = \sum_j e^{-\frac{\|y(N_i) - y(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}},$$

где  $h$  – параметр, влияющий на степень фильтрации цифрового изображения.

4. Формируем итоговую оценку пикселя  $i$  на основе следующего выражения:

$$\hat{x}(i) = \sum_j w(i, j) y(j). \quad (1)$$

Необходимо отметить, что основным достоинством данного алгоритма является высокое качество сохраненных границ цифрового изображения, а основными недостатками высокая вычислительная сложность и остаточный шум в локальных, однородных областях изображения. Настоящая работа позволяет решить вторую из вышеозначенных проблем. Для этого предлагается использовать комбинированную схему обработки, включающую в себя последовательное применение к изображению модификации алгоритма локальной обработки данных, основанную на анализе главных компонент [6] и алгоритма нелокального усреднения [1]. Этапы предложенного метода кратко описаны ниже.

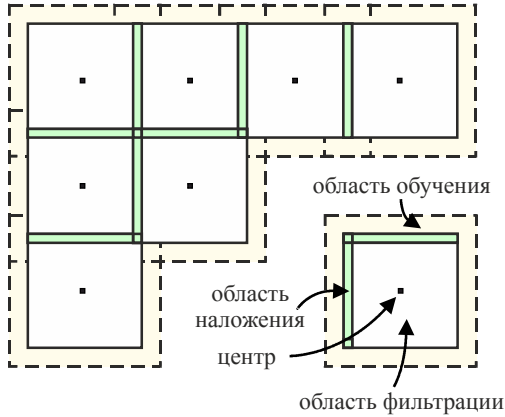
## 3. ОПИСАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО АЛГОРИТМА

1. Оцениваем дисперсию шума  $\sigma^2$  на входном зашумленном изображении  $y = x + n$ . Для этого можно воспользоваться достаточно распространенной формулой из теории М-оценок:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\text{Медиана}(ДВК_1)}{0,6745}, \quad (2)$$

приведенной, например, в [6]. Здесь  $ДВК_1$  – диагональные вейвлет-коэффициенты первого уровня вейвлет-разложения.

2. Разбиваем входное зашумленное изображение на совокупность перекрывающихся блоков, как представлено на рис. 1. Внутри каждого из таких блоков можно выделить: область обучения, область фильтрации и область наложения блоков. Размеры рассматриваемых областей могут варьироваться.



**Рис 1:** Локальная обработка изображения из работы [6]. Множество пикселей на цифровом изображении оценивается внутри области фильтрации, с использованием статистики набранной в области обучения.

3. Внутри области обучения выбираем всевозможные блоки размера  $N \times N$  (векторы обучения). Последние, будучи представленными в виде векторов-столбцов длиной  $N^2$  каждый, позволяют сформировать некоторую матрицу  $S_y^I$  размера  $N^2 \times M$ , столбцами которой и являются рассматриваемые векторы-столбцы. Здесь  $M$  – число векторов обучения, найденных в области обучения, а римские цифры I, II или III обозначают этап обработки изображения.

4. На основе матрицы  $S_y^I$  составляем ковариационную матрицу  $Q_y^I$ . Для матрицы  $Q_y^I$  находим собственные числа и соответствующие им собственные векторы (главные компоненты данных, заключенных в матрице  $S_y^I$ ).

5. Для всех  $l=1, \dots, N^2$  и  $i=1, \dots, M$  находим проекции  $y_{li}^1 = x_{li}^1 + n_{li}^1$  множества векторов, заключенных в матрице  $S_y^1$ , на множество собственных векторов, найденных на предыдущем шаге [6]. Здесь  $y_{li}^1$  ( $l$ -я проекция вектора  $i$  из матрицы  $S_y^1$ , на множество собственных векторов матрицы  $Q_y^1$ ) представляет сумму  $l$ -ой проекция вектора  $i$  неискаженных данных и  $l$ -ой проекция вектора  $i$  шума.

6. Осуществляем обработку (фильтрацию) полученного множества проекций с использованием линейной среднеквадратической оценки:

$$\hat{x}_{li}^1 = \frac{\sigma_l^2}{\sigma_l^2 + \sigma^2} \cdot y_{li}^1, \quad (3)$$

представленной в [6]. Здесь  $\sigma^2$  – дисперсия шума, а  $\sigma_l^2$  – дисперсия  $l$ -ой проекции векторов  $i=1, \dots, M$  неискаженных данных, которую можно найти с использованием оценки максимального правдоподобия [6]:

$$\hat{\sigma}_l^2 = \max \left[ 0, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (y_{li}^1)^2 - \sigma^2 \right]. \quad (4)$$

7. На основе множества обработанных данных  $\hat{x}_{li}^1$  восстанавливаем матрицу  $S_y^1$ , а на основе последней отдельную обработанную область на изображении. Повторяя аналогичную операцию для остальных областей фильтрации с учетом их наложения, можно обработать зашумленное изображение целиком [6] и получить первую, «грубую» оценку  $\hat{x}^1$  неискаженного изображения.

8. Используя зашумленное изображение, повторяем шаги 2-5, рассмотренные выше. При этом устанавливаются другие размеры областей обучения, областей фильтрации и областей наложения, а также размеры векторов обучения.

9. Выражение (3) заменяем следующим соотношением:

$$\hat{x}_{li}^{\text{II}} = \frac{|z_{li}^{\text{II}}|^2}{|z_{li}^{\text{II}}|^2 + \sigma^2} \cdot y_{li}^{\text{II}}, \quad (5)$$

где  $y_{li}^{\text{II}}$  и  $z_{li}^{\text{II}}$  –  $l$ -е проекции вектора  $i$  из матриц  $S_y^{\text{II}}$  и  $S_z^{\text{II}}$  на множество собственных векторов матриц  $Q_y^{\text{II}}$  и  $Q_z^{\text{II}}$  для зашумленных данных и данных, полученных на основе «грубой» оценки сформированной на шаге 7, соответственно.

10. Повторяя рассуждения, изложенные на шаге 7, получаем вторую, «более точную» оценку  $\hat{x}^{\text{II}}$  исходного изображения.

11. Применяем алгоритм нелокального усреднения [1] ко второй оценке  $\hat{x}^{\text{II}}$  исходного изображения, устанавливая параметр, влияющий на степень фильтрации цифрового изображения –  $h$  с использованием следующего выражения:

$$h = 0,5 \cdot \sqrt{\sigma^2 - \sigma_{y-\hat{x}^{\text{II}}}^2}, \quad (6)$$

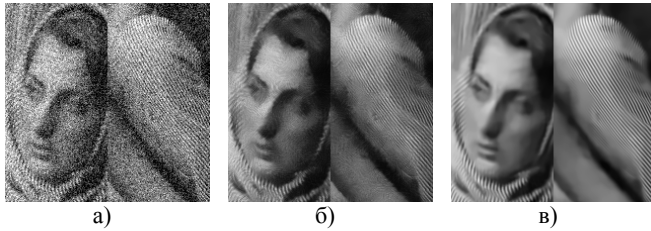
где  $\sigma_{y-\hat{x}^{\text{II}}}^2$  – дисперсия сигнала разности между зашумленным изображением  $y$  и второй оценкой  $\hat{x}^{\text{II}}$  исходного изображения. Результатом этого этапа является итоговое восстановленное изображение  $\hat{x}^{\text{III}}$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассматриваемый в настоящей работе алгоритм был реализован с использованием пакета Matlab. Для проведения исследований использовался «классический» набор тестовых полутоновых изображений размера  $256 \times 256$  и  $512 \times 512$  пикселей, предложенных для анализа на интернет сайте <http://www.cs.tut.fi/~foi/GCF-ВМ3D>.

Визуальные и численные (пиковое отношение сигнала к шуму – ПОСШ и коэффициент структурного подобия – КСП

[7]) результаты моделирования кратко приведены на рис. 2, на примере «классического» тестового изображения «Барбара» размера 512×512 пикселей.



**Рис 2:** а) Фрагменты зашумленного изображения «Барбара», ПОСШ = 17,54 дБ, КСП = 0,300; б) фрагменты обработанного изображения «Барбара», ПОСШ = 26,43 дБ, КСП = 0,713, полученные на основе метода [1]; в) фрагменты обработанного изображения «Барбара», ПОСШ = 28,08 дБ, КСП = 0,816, полученные на основе предложенного метода.

Как видно из приведенных фрагментов восстановленных изображений, предложенный алгоритм позволил полностью подавить шум, а также хорошо сохранить локальные особенности (криволинейные контура, границы и т.п.) анализируемого изображения. Последнее связано с наличием адаптивного подхода к анализу рассматриваемых данных, а также с использованием комбинированной схемы их обработки. Дополнительные численные результаты по сравнению работоспособности алгоритма фильтрации [1] и предложенного метода, приведены в табл. 1 (для метрики ПОСШ) и табл. 2 (для метрики КСП). В табл. 1 и табл. 2 лучшие результаты обозначены жирным шрифтом.

Тест. изобр.	$\sigma = 5$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 35$
Лена, 512×512	<b>37,54</b> 37,29	33,04 <b>33,83</b>	31,56 <b>32,66</b>	30,35 <b>31,69</b>	28,48 <b>30,09</b>
Лодки, 512×512	<b>35,39</b> 35,05	31,09 <b>31,43</b>	29,67 <b>30,21</b>	28,53 <b>29,20</b>	26,73 <b>27,55</b>
Барбара, 512×512	<b>36,05</b> 36,00	31,49 <b>32,41</b>	29,86 <b>31,13</b>	28,52 <b>30,01</b>	26,43 <b>28,08</b>
Фотограф, 256×256	33,91 <b>34,32</b>	<b>30,58</b> 30,22	<b>29,37</b> 28,97	<b>28,31</b> 27,91	<b>26,42</b> 26,17

**Таблица 1:** Численные результаты работы алгоритма нелокального усреднения [1], ПОСШ в дБ (выше) и предложенного алгоритма, ПОСШ в дБ (ниже).

Тест. изобр.	$\sigma = 5$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 35$
Лена, 512×512	<b>0,939</b> 0,935	0,858 <b>0,890</b>	0,815 <b>0,872</b>	0,771 <b>0,856</b>	0,689 <b>0,825</b>
Лодки, 512×512	<b>0,926</b> 0,917	0,820 <b>0,838</b>	0,773 <b>0,805</b>	0,729 <b>0,776</b>	0,647 <b>0,723</b>
Барбара, 512×512	<b>0,957</b> 0,956	0,884 <b>0,915</b>	0,840 <b>0,894</b>	0,796 <b>0,869</b>	0,713 <b>0,816</b>
Фотограф, 256×256	<b>0,946</b> 0,943	0,861 <b>0,878</b>	0,818 <b>0,847</b>	0,776 <b>0,820</b>	0,695 <b>0,776</b>

**Таблица 2:** Численные результаты работы алгоритма нелокального усреднения [1], КСП (выше) и предложенного алгоритма, КСП (ниже).

## 5. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Анализ литературы по удалению шумов из цифровых изображений показывает то, что современные методы подавления аддитивного белого гауссовского шума на полутоновых изображениях могут дополнительно использоваться в ряде других задач цифровой обработки изображений. Краткое описание и решение некоторых из них, приведено ниже.

### 5.1 Фильтрация цветных изображений

Задача фильтрации цветных изображений является достаточно актуальной с точки зрения современных практических приложений, поэтому на данный момент времени существует множество подходов к ее решению. Возможным вариантом обработки, рассматриваемым в настоящей работе, является прямая, поканальная обработка RGB-изображения, полученного, например, после выполнения операции интерполяции байеровских шаблонов. Необходимо отметить, что в процессе моделирования перехода от RGB-изображения к изображению с разделенной яркостной и цветовой информацией [3] не происходило, а аддитивный белый гауссовский шум подмешивался с одинаковыми характеристиками в каждый канал по отдельности. Последнее возможно, например, в случае формирования цифрового изображения с использованием трех независимых ПЗС- или КМОП-матриц. Пример обработки цветного тестового изображения базы данных Kodak, представленной для анализа на интернет сайте <http://www.cipr.rpi.edu/resource/stills>, приведен на рис. 3.



**Рис 3:** а) Фрагмент исходного изображения; б) фрагмент зашумленного изображения, ПОСШ = 24,67 дБ, КСП = 0,655; в) фрагмент обработанного изображения, ПОСШ = 31,22 дБ, КСП = 0,845, полученный на основе предложенного метода.

### 5.2 Фильтрация смешанных шумов

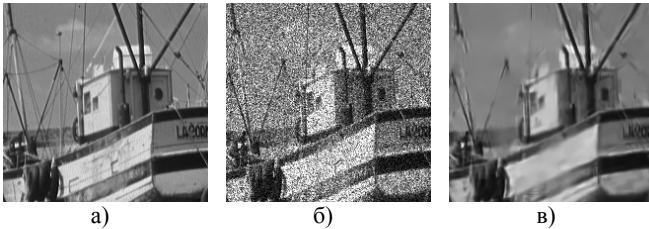
Возможными осложнениями модели аддитивного белого гауссовского шума, рассматриваемой в рамках настоящей работы, могут служить модели смешанных шумов. Пример подобной модели, рассматриваемый в работе [4] для описания шума КМОП-матриц, может иметь следующий вид:

$$y = x + (\sigma_1 + \sigma_2 x) \mathbf{n}, \quad (7)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – это константы, описывающие степень зашумления, а  $\mathbf{n}$  – белый гауссовский шум с нулевым

математическим ожиданием и единичной дисперсией. При значении  $\sigma_2 = 0$  модель (7) переходит в модель обычного аддитивного белого гауссовского шума.

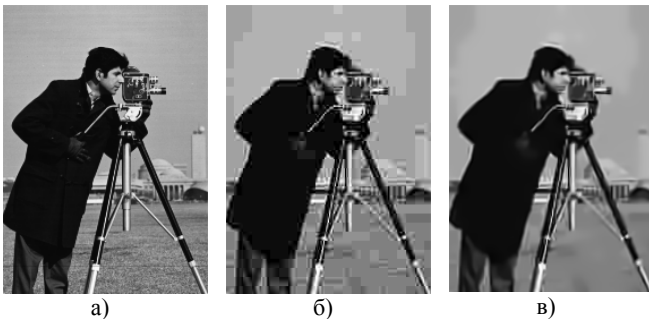
В силу неоднородности дисперсии шума на цифровом изображении, при наличии модели зашумления (7), то есть в силу зависимости шума от полезного сигнала, прямое использование методики восстановления исходного изображения из зашумленных данных, изложенной в пункте 3 настоящей работе, не представляется возможным. Поэтому для решения данной проблемы был использован подход на основе обобщенной гомоморфной фильтрации [4], позволяющий с использованием определенного преобразования (логарифмического типа) представить зашумленные данные  $y$  в виде суммы полезного сигнала и аддитивного белого гауссовского шума, обработать их с использованием предложенной методики и восстановить, используя обратное (к логарифмическому) преобразование данных. Пример обработки тестового изображения «Лодки», приведен на рис. 4, для случая  $\sigma_1 = 25$ ,  $\sigma_2 = 0,1$ .



**Рис 4:** а) Фрагмент исходного изображения «Лодки»; б) фрагмент зашумленного изображения «Лодки», ПОСШ = 16,66 дБ, КСП = 0,228; в) фрагмент обработанного изображения «Лодки», ПОСШ = 27,05 дБ, КСП = 0,710, полученный на основе предложенного метода.

### 5.3 Устранение артефактов блочности

Рассмотрим ситуацию, в которой модель зашумления полезного сигнала с использованием аддитивного белого гауссовского шума  $y = x + n$  описывает результат сжатия изображения с использованием алгоритма JPEG (рис. 5б).



**Рис 5:** а) Фрагмент исходного изображения «Фотограф»; б) фрагмент сжатого изображения «Фотограф», ПОСШ = 25,03 дБ, КСП = 0,756; в) фрагмент обработанного изображения «Фотограф», ПОСШ = 25,91 дБ, КСП = 0,787, полученный на основе предложенного метода.

В данном случае шумовую компоненту  $n$  можно гипотетически принять за искажение, связанное с артефактами блочности на цифровом изображении (рис. 5б). Тогда решение задачи «фильтрации артефактов блочности» будет сводиться к нахождению дисперсии  $\sigma^2$  шумовой компоненты  $n$ . Возможный вариант поиска  $\sigma^2$ , с использованием априорных знаний о матрице квантования коэффициентов для стандарта сжатия JPEG, может быть найден в [3]. Пример обработки тестового изображения «Фотограф», приведен на рис. 5, для случая высокой степени сжатия цифрового изображения (качество сжатия  $Q = 6$ ).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был предложен метод, позволяющий решать задачу удаления аддитивного белого гауссовского шума из цифровых изображений. К достоинствам алгоритма можно отнести возможность сохранения локальных особенностей изображений, а также адаптивность к анализируемым данным. К основным недостаткам алгоритма можно отнести высокую вычислительную сложность.

## 7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Buades A., Coll B., Morel J. M. Nonlocal image and movie denoising // Int. J. Computer Vision, 2008. V. 76, № 2. P. 123 – 139.
- [2] Chatterjee P., Milanfar P. Is denoising dead? // IEEE Trans. Image Processing, 2010. V. 19, № 4. P. 895 – 911.
- [3] Foi A., Katkovnik V., Egiazarian K. Pointwise shape-adaptive DCT for high-quality denoising and deblocking of grayscale and color images // IEEE Trans. Image Processing, 2007. V. 16, № 5. P. 1395 – 1411.
- [4] Hirakawa K., Parks T. W. Image denoising using total least squares // IEEE Trans. Image Processing, 2006. V. 15, № 9. P. 2730 – 2742.
- [5] Katkovnik V., Foi A., Egiazarian K., Dabov K. From local kernel to nonlocal multiple-model image denoising // Int. J. Computer Vision, 2010. V. 86, № 8. P. 1 – 32.
- [6] Muresan D. D., Parks T. W. Adaptive principal components and image denoising // Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing, 2003. V. 1. P. 101 – 104.
- [7] Wang Z., Bovik A. C., Sheikh H. R., Simoncelli E. P. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity // IEEE Trans. Image Processing, 2004. V. 13, № 4. P. 600 – 612.

### Об авторах

Владимир Волохов – сотрудник лаборатории цифровые цепи и сигналы Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. Его адрес: volokhov@piclab.ru.

Евгений Сергеев – сотрудник лаборатории цифровые цепи и сигналы Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. Его адрес: sergeev@piclab.ru.

Иван Мочалов – аспирант лаборатории цифровые цепи и сигналы Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. Его адрес: dcslab@uniyar.ac.ru.