

# Моделирование сборки деталей из тканых материалов на твердотельных поверхностях

В. В. Ландовский  
Новосибирский Государственный Технический Университет,  
Новосибирск, Россия  
warlock@asu.cs.nstu.ru

## Аннотация

В работе на основе метода частиц с учетом деформационных свойств разработана дискретная модель ткани и алгоритмы для моделирования поведения ткани на поверхности твердого многогранного объекта. Рассмотрены вопросы моделирования процесса сборки изделий из ткани на поверхности твердых объектов.

**Ключевые слова:** Моделирование одежды, метод частиц, физические свойства ткани, моделирование деформации ткани.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование поведения ткани находит применение в различных областях, одной из которых является компьютерное моделирование одежды. А точнее трехмерная визуализация готового изделия. На сегодняшний день практически все ведущие мировые фирмы в области разработки программных продуктов для индустрии моды определили для себя один из главных приоритетов - оснащение систем автоматизированного проектирования модулем трехмерный манекен. Например, у Gerber (<http://www.gerbertechnology.com>) это пакет APDS-3D, у PAD System (<http://www.padsystem.com/>) - модуль 3D Sample.

Фирмы Investronica (<http://www.investronica-sis.es>) (Испания) и Lectra (<http://www.lectra.com/en>) (Франция) также заявили о подобных разработках. Кроме этого, некоторые фирмы, например, Reflection Fabrix Inc., DigiScents, не являясь создателями полноценных швейных САПР, предлагают лишь пакеты 3-мерной визуализации одежды.

Таким образом, разработка и совершенствование методов моделирования поведения ткани на поверхности твердого многогранного объекта является актуальной задачей.

Множество подходов к моделированию ткани можно разделить на две категории. Геометрические методы, в которых основной упор сделан на такие моменты, как складки, сгибы, которые можно описать геометрическими уравнениями, однако в геометрических моделях не описываются физические свойства ткани. Используя физические методы напротив можно проследить отличия в поведении различных тканей, изменяя некоторый набор свойств. Физический подход, безусловно, более привлекателен в задачах моделирования одежды, ориентированных на использование в составе САПР швейной промышленности.

В работе рассматривается моделирование поведения ткани с использованием метода частиц [4]

## 2. ДЕФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА

Всегда было ясно, что тканые материалы имеют уникальные свойства, которые позволяют им деформироваться в значительной степени по-другому, чем листы других материалов, например, бумаги или металлической фольги. Особые возможности деформации ткани были отмечены и известны всегда, но не были никогда полностью поняты с научной или инженерной точки зрения.

В качестве базовой модели используем модель частиц, которая в частности, была применена для моделирования таких явлений, как водопады, взрывы, вихревые поля и т.д.

В ткани, тонкие волокна скручены в нити, и эти нити более или менее жестко сплетены во взаимосвязанную сеть. Представим модель ткани как систему частиц, которые размещены в точках пересечения продольных и поперечных нитей, как показано на рисунке 1. В этой модели попытаемся определить наиболее важные взаимодействия между частицами.

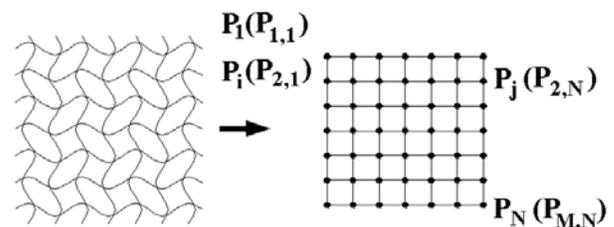


Рис. 1. Дискретная модель ткани

Основные взаимодействия, которые происходят на уровне нити, это: растяжение-сжатие; изгиб и сдвиг [2]. Взаимодействие отталкивания (растяжение) вводится для обеспечения условия, что имеется минимальное расстояние между частицами, предотвращающее самопересечение ткани, сжатие соединяет каждую частицу с ее четырьмя соседями и представляет собой силу натяжения нити. Сдвиг представляет собой деформацию ячейки сети. Взаимодействия изгиба обусловлены изгибом нитей относительно плоскости окружающей ткани.

Силы перечисленных взаимодействий можно определить следующим образом:

$$F_{p,сж} = k(l_0 - l),$$
$$F_{сдв} = \mu_{сдв}(\varphi_0 - \varphi), F_u = \mu_u \cos(\theta/2).$$

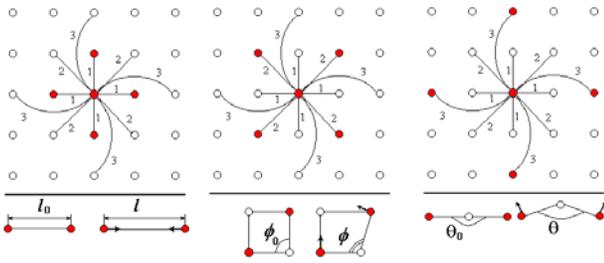


Рис. 2. Типы взаимодействий

Для представления конкретной ткани нужно построить эти зависимости, основываясь на существующих измерительных системах физических свойств тканей, и исходя из полученных данных выбрать конкретные значения коэффициентов. Примером измерительной системы может служить система Kawabata [3]. Система Kawabata - это стандартное оборудование для измерения физических и механических свойств конкретного тканого материала. Результаты этих измерений дают возможность определять количественные соотношения, выражающие физическое поведение тканей, классифицировать и устанавливать существенные свойства различных тканей.

Однако для вычисления силы требуется вычисление вектора лежащего в плоскости изгиба или сдвига, перпендикулярного направлениям изгиба или сторонам ячейки в случае сдвига. Чтобы избежать большого числа вычислений мы вводим дополнительные взаимодействия, препятствующие сближению текущей частицы с частицами обозначенными 2 и 3 на рисунке 2.

### 3. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

В общем случае сетка представляющая ткань (выкройку) должна быть неравномерной. На рисунке 3. показано как искажаются очертания выкройки при наложении равномерной сетки.

Конечно, можно измельчить сетку в 2, 3 а то и в 4 раза, но необходимо учитывать, что на каждой итерации мы рассматриваем каждый узел ткани, следовательно, вычислительные затраты возрастут в несколько раз.

Предполагаем, что весь контур – это объединение четырех границ (см. рис.3). Границы выбираются произвольно и делятся на произвольное количество отрезков. Таким образом, мы получаем граничные узлы сетки. Единственное условие, которое должно быть выполнено: количество частиц (узлов), составляющих верхнюю границу и количество узлов, составляющих нижнюю границу должны быть равны. То же верно для левой и правой границ.

На этом этапе в случае неравномерного разбиения и в случае равномерного разбиения прямоугольного фрагмента ткани можно ввести двойную нумерацию узлов, как показано на рис. 1 в скобках  $M$  количество узлов левой и правой границы,  $N$  верхней и нижней. Однако в дальнейшем рассмотрении удобнее использовать сквозную нумерацию от 1 до  $N$ , где  $N$  количество частиц.

Координаты промежуточных узлов можно определить следующим образом:

$$x_{i,j} = (j-1) \cdot (x_{1,j} - x_{M,j}) / M + x_{1,j} \quad \text{или}$$

$$x_{i,j} = (i-1) \cdot (x_{i,1} - x_{i,N}) / N + x_{i,N}, \quad \text{координаты } y_{i,j} \text{ аналогично.}$$

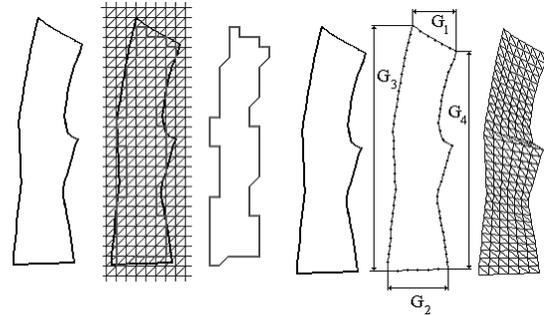


Рис. 3. Равномерное и неравномерное разбиение

### 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Движение системы описывается обобщенными перемещениями  $r_i^{n-1} r_i^n$ , и на каждом временном слое ищутся положения узлов в пространстве  $r_i(t) = \{x_i(t), y_i(t), z_i(t)\}$ . Таким образом, ткань будет представлять собой механическую систему с тремя степенями свободы, которая осуществляет движение относительно устойчивой равновесной формы.

Из принципа Гамильтона для функции  $L$ , зависящей от координат  $r_i$  и скоростей  $r_i'$ , следует уравнение Эйлера-

$$\text{Лагранжа: } \frac{\partial L}{\partial r_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial r_i'} \right) = 0 \quad \text{Это уравнение определяет}$$

динамическую траекторию системы, как только найдена функция Лагранжа для этой системы. В классической механике лагранжиан определен как разность между кинетической энергией  $T$  и потенциальной энергией  $U$ , то есть  $L = T - U$ . Весьма важно при определении лагранжиана учесть рассеяние в системе. Для этого необходимо определить функцию  $D$ , зависящую от скорости. Ее называют функцией потерь и определяют как:

$$D = \frac{1}{2} c_i (r_i')^2 \quad \text{Таким образом, уравнение равновесия будет}$$

$$\text{иметь вид: } \frac{\partial L}{\partial r_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial r_i'} \right) - \frac{\partial D}{\partial r_i'} = 0$$

Пусть элементарная частица имеет массу  $m_i$ . Кинетическая энергия такой частицы движущейся со скоростью  $r_i'$  будет равна  $T = \frac{1}{2} m_i (r_i')^2$ . Потенциальная энергия частицы

находящейся в гравитационном поле земли  $U_g = m_i g r_i$ . Однако, полная потенциальная энергия частицы будет включать составляющую, обусловленную взаимодействиями между частицами  $U_{\text{int}}$ . Используя выражения для кинетической энергии, функции потерь и гравитационной составляющей получим следующее уравнение движения частицы:

$$m_i r_i'' + c_i r_i' + m_i g + \frac{\partial U_{\text{int}}}{\partial r_i} = 0$$

Последняя составляющая уравнения движения, представляет собой некоторую функцию координат узла  $r_i$  и координат  $r_j$   $j \in R_i$  где  $R_i$  - множество индексов узлов связанных с узлом  $P_i$ . В физическом смысле  $F_{\text{int}}(r_i, r_j)$  это результирующая сила внутренних взаимодействий. Тогда уравнение движения узла примет следующий вид:

$$m_i r_i'' + c_i r_i' + m_i g + F_{\text{int}}(r_i, r_j) = 0$$

или для всей системы

$$Mr'' + Cr' + Mg + F_{\text{int}}(r) = 0,$$

где  $M$  матрица инерции - диагональная матрица, описывающая распределение масс ткани,  $C$  матрица демпфирования,  $r = \{r_i\}$ .

Разрешив уравнение относительно  $r''$  и сгруппировав в правой части все силы, действующую на систему частиц, получим полную систему дифференциальных уравнений:

$$r'' = M^{-1}F(r, r'),$$

где  $F(r, r')$ - функция, описывающая действие внутренних и внешних сил на ткань.

Начальные условия:  $r|_{t_0} = r_0$ ,  $r'|_{t_0} = 0$ ,  $F_{\text{int}}|_{t_0} = 0$ .

Введем обозначение  $v = r'$ . И перепишем систему уравнений следующим образом:

$$\begin{aligned} r' &= v \\ v' &= M^{-1}F(r, v) \end{aligned} \quad (1)$$

## 5. ИНТЕГРИРОВАНИЕ

В процессе перехода от математического описания к алгоритму программы моделирования непрерывные функции заменяются их значениями в дискретные моменты времени.

Наиболее простым является метод Эйлера, применение этого метода приведет к следующей системе алгебраических соотношений

$$\begin{aligned} r_{n+1} - r_n &= hv_n \\ v_{n+1} - v_n &= hM^{-1}F(r_n, v_n) \end{aligned}$$

В работе [5] показано, что применение такого метода требует выбора настолько малых значений шага, что количество итераций, необходимое для получения результата, возрастает до недопустимых значений.

Изменив первое соотношение,  $r_{n+1} - r_n = hv_{n+1}$  получим метод второго порядка точности и с большей областью

устойчивости, для вычисления  $v_{n+1}$  не требуется решать никаких алгебраических уравнений, а достаточно пересчитать скорость до пересчета положения. Такой подход позволяет увеличить шаг на порядок.

Наибольшего шага интегрирования можно получить используя неявный метод [1]:

$$\begin{aligned} r_{n+1} - r_n &= hv_{n+1} \\ v_{n+1} - v_n &= hM^{-1}F(r_{n+1}, v_{n+1}) \end{aligned}$$

Введем обозначения  $v_{n+1} - v_n = \Delta v$ ,  $r_{n+1} - r_n = \Delta r$ , тогда можно переписать систему в виде

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_n + \Delta v \\ M^{-1}F(r_n + \Delta r, v_n + \Delta v) \end{pmatrix}$$

Для нахождения значений положения и скорости необходимо решить систему относительно  $\Delta r$  и  $\Delta v$ , так как уравнения не линейны, решить систему в таком виде задача практически неосуществимая.

Применив разложение  $F$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $F(r_n, v_n)$ , и выполнив аппроксимацию первого порядка, получим.

$$\begin{aligned} F(r_n + \Delta r, v_n + \Delta v) &= \\ F(r_n, v_n) + \frac{\partial F(r, v)}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial F(r, v)}{\partial v} \Delta v \end{aligned}$$

И перейдем к системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_n + \Delta v \\ M^{-1} \left( F(r_n, v_n) + \frac{\partial F(r, v)}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial F(r, v)}{\partial v} \Delta v \right) \end{pmatrix}$$

Более подробно реализация неявного метода рассматривается в работе [5].

## 6. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТКАНИ И МАНЕКЕНА

После каждого вычисления нового положения частиц наступает этап, на котором определяется, взаимодействовала ли какая-либо частица с поверхностью манекена, который на этом этапе представлен треугольной сеткой. Если в некоторый момент времени частица оказалась внутри манекена или на его поверхности, то необходимо скорректировать ее положение и скорость.

Пусть  $r_i^{n-1} = (x_i^{n-1}, y_i^{n-1}, z_i^{n-1})$  и  $r_i^n = (x_i^n, y_i^n, z_i^n)$  начало и конец вектора перемещения частицы  $P_i$ . Определим, пересекает ли вектор некоторую треугольную грань.

Ищем предполагаемую точку пересечения прямой, содержащей отрезок  $r_i^{n-1}, r_i^n$  с плоскостью содержащей грань. Если прямая и плоскость пересекаются, обозначим точку пересечения, и определим, принадлежит ли точка отрезку  $r_i^{n-1}r_i^n$ , если да, то необходимо проверить принадлежит ли она треугольной грани.

Каждая из таких проверок требует немало количества вычислений, а количество равно количеству граней, умноженному на количество частиц. В целях ускорения процесса поиска пересечений выделим основные этапы проверки.

Для начала нужно ответить на вопрос: могла ли частица  $P_i$  пересечь какую-либо грань. Для этого найдем прямоугольную область, ограниченную максимальными и минимальными координатами объекта  $x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}, x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}$ . Рассмотрим случаи  $x_i^{n-1} > x_{\max} \& x_i^n > x_{\max}$  или  $x_i^{n-1} < x_{\min} \& x_i^n < x_{\min}$ , из этого следует, что перемещение точки произошло правее или левее объекта и, следовательно, точка не могла пересечь ни одной грани. То же следует проверить и для координат  $y$  и  $z$ . Точно также можно поступить и в случае отдельно взятой грани, тогда вместо громоздких вычислений, в подавляющем большинстве случаев будет выполнено лишь несколько операторов сравнения.

Чтобы уменьшить количество сравнений, введем еще один промежуточный этап. Разобьем параллельно координатным плоскостям область, содержащую все грани объекта на некоторое количество равных интервалов и для каждой ячейки составим список граней входящих в нее. При этом грань может принадлежать как одной так и нескольким.

Принадлежность грани той или иной ячейке можно определить исходя из положения ее вершин. Для определения номера ячейки, в которой расположена точка с координатами  $(x, y, z)$  вначале вычислим номер интервала по каждой координате. Пусть  $N_x$  - количество интервалов по координате  $x$ ,  $N_y$  и  $N_z$  по координатам  $y$  и  $z$

соответственно, тогда  $index_x = \frac{x - x_{\min}}{(x_{\max} - x_{\min}) / N_x} + 1$ ,

а номер трехмерной ячейки  $index = index_x \cdot N_y \cdot N_z + index_y \cdot N_z + index_z - 1$ .

Таким образом поиск пересечений сводится к следующей последовательности действий: заполнить списки граней для каждой ячейки, на каждом шаге для каждой частицы определить номера ячеек для положений  $r_i^{n-1}, r_i^n$  и

проверить пересечения с гранями из списков с полученными номерами.

## 7. МОДЕЛИРОВАНИЕ СБОРКИ

Сборка модели одежды и наложение ее на поверхность манекена представляет собой следующую последовательность действий. В начальный момент времени тело и ткань должны находиться вблизи друг от друга, чтобы избежать напрасных затрат на сближение. Чтобы сконструировать одежду, устанавливаем точки соответствия различных выкроек. Временно исключив действие силы тяжести, вводим внешние силы аналогичные по действию силе тяжести, стягивающие соответствующие точки выкроек к геометрической середине отрезка между ними. На последнем этапе производится включение внешней силы тяжести.

Связи характеризующие изгиб ткани, действуют через узел, поэтому отсутствует влияние одной выкройки на другую. Эти взаимодействия учитываются отдельно, исходя из известного набора точек соответствия.

## 8. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рисунке 4 представлена исходная модель, манекен, на поверхности которого производилась сборка и результаты моделирования.



Рис 4. Результаты моделирования

На рисунке 5 слева приведен фрагмент результатов моделирования сборки без учета взаимодействий изгиба между различными выкройками. Справа - та же модель, но с учетом взаимодействий между выкройками.

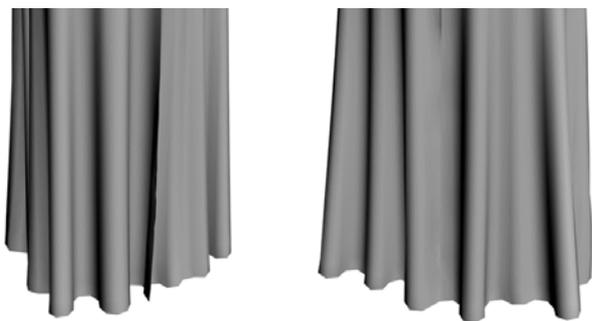


Рис 5. Результаты моделирования

На рисунке 6 показаны две различные модели верхней части платья. Различия в наложении на поверхность манекена можно увидеть на рисунке 7.

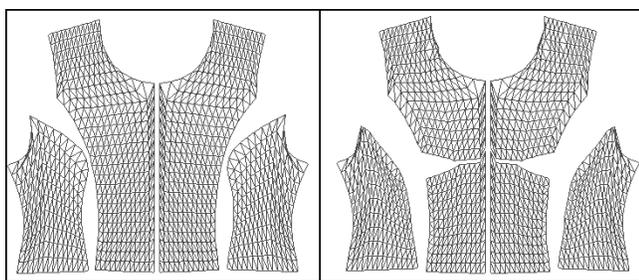


Рис 6. Исходная модель

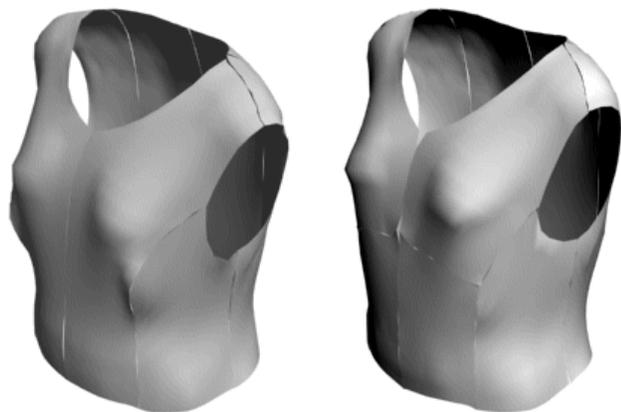


Рис 7. Результаты моделирования

Полученные результаты показали эффективность выбранного подхода моделирования ткани, и возможность успешно использовать такой метод для моделирования сборки изделий из ткани.

## 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении необходимо отметить, что предложенная модель является всего лишь примерной реализацией физически ориентированного подхода к моделированию деформаций ткани. Этот подход имеет большие перспективы

развития, главным образом за счет использования нелинейных характеристик взаимодействия частиц. Однако увеличение адекватности модели возможно лишь в тесном сотрудничестве со специалистами в области деформаций тканых материалов. Наибольший интерес здесь представляет детальное изучение физических характеристик ткани с использованием измерительного оборудования, что позволит более четко определить уже предложенные типы взаимодействий и, возможно, ввести новые.

## 10. БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] David Baraff and Andrew Witkin. *Large steps in cloth simulation. In SIGGRAPH 98 Conference Proceedings, Annual Conference Series, pages 43-54. ACM SIGGRAPH, 1998.*
- [2] Eberhardt A., Weber A., Strasser W. *A fast, flexible, particle-system model for clothes draping. IEEE Computer Graphics and Applications. № 16, 1996. P. 52-59.*
- [3] Kawabata S., Postle R., Niwa N. *Objective Specification of Fabric Quality, Mechanical Properties and Performance, The Textile Mach. Soc. Japan Publications. 1982.*
- [4] W. Hockney and J. W. Eastwood, *Computer Simulation Using Particles. McGraw-Hill, New York, 1981*
- [5] Ландовский В.В. *Методы интегрирования дифференциальных уравнений в задаче моделирования поведения ткани методом частиц. Материалы 15-ой международной конференции по компьютерной графике. Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. Новосибирск, Академгородок. 2005. Страницы 234-241.*

## Об авторе

Владимир Владимирович Ландовский аспирант кафедры АСУ Новосибирского государственного технического университета. (НГТУ).

email is [warlock@asu.cs.nstu.ru](mailto:warlock@asu.cs.nstu.ru).

## Cloth Simulation based on particles method

### Abstract

This paper describes a cloth simulation system based on particles method. On the basis of physical properties of a fabric the model and the algorithm for modeling behavior of a fabric are developed. Assemblage of cloth like objects on a surface of firm object is considered.

**Keywords:** *Cloth simulation, particle systems, collision detection, physical properties of a fabric.*

### About the author

Vladimir Landovsky is a Ph.D. student at Novosibirsk State Technical University, Department of Computer Science. His contact email is [warlock@asu.cs.nstu.ru](mailto:warlock@asu.cs.nstu.ru).