

# Геометрическая модель производящей поверхности эквивалентной рабочей поверхности зуборезного инструмента «долбяк»

С.А. Рязанов<sup>1</sup>, М.К. Решетников<sup>1</sup>  
despro@mail.ru | graphic@sstu.ru

<sup>1</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия

*Существующие математические модели расчета зубчатых зацеплений достаточно сложны и не всегда дают возможность быстро и точно получить желаемый результат. Более простым способом для поиска подходящего варианта зубчатой передачи, удовлетворяющей поставленной задаче, является применение методов компьютерного моделирования и компьютерной графики, а в частности алгоритмов твердотельного моделирования. Применение методов геометрического моделирования для имитации процесса формообразования рабочей поверхности зубчатого зацепления основан на относительно простом движении взаимопересекающихся объектов в виде системы «заготовка – инструмент». Это позволяет получать необходимую геометрическую модель, точно воспроизводящую геометрическую конфигурацию поверхностей зубьев пространственных зубчатых передач с учетом технологических особенностей их производства на зуборезных станках. Эта информация позволяет выполнить на ЭВМ имитацию управления движением режущего инструмента. В конечном счете, это сводится к проблеме аналитического описания и представления в ЭВМ кривых и поверхностей в трехмерном пространстве. В качестве зуборезных инструментов наиболее широкое применение находят дисковые и червячные модульные фрезы (шевера), зуборезные головки, долбяки и реечные инструменты. В настоящий момент отсутствуют компьютерные алгоритмы получения производящих поверхностей «долбяка», которые получены инструментом с модифицированной производящей поверхностью. Изменение геометрической формы производящей поверхности инструмента приведет к изменению его рабочих поверхностей, что может привести к улучшению их контакта. Данная статья показывает применение разработанных методов и алгоритмов геометрического и компьютерного моделирования, которые предназначены для формообразования рабочих поверхностей зуборезного инструмента «долбяк». Их применение приведет к ускорению процесса расчета промежуточных наладок станков, используемых для нарезания зубчатых передач, минуя сложные математические вычисления, что в условиях старения парка зуборезных станков, их износа и неизбежного снижения точности их кинематических цепей.*

**Ключевые слова:** долбяк, твердотельная модель, зубчатое зацепление, компьютерное имитационное моделирование, зубообработка.

## Geometrical Model of the Manufacturing Surface of the Equivalent Working Surface of the Fine Tooth Dolbyak

S.A. Ryazanov<sup>1</sup>, M.K. Reshetnikov<sup>1</sup>  
despro@mail.ru | graphic@sstu.ru

<sup>1</sup>Saratov State Technical University named Yu.A. Gagarin, Saratov, Russia

*Existing mathematical models for calculating gearing are quite complex and do not always make it possible to quickly and accurately obtain the desired result. A simpler way to find a suitable gear option that satisfies the task is to use computer modeling and computer graphics methods, and in particular solid-state modeling algorithms. The use of geometric modeling techniques to simulate the process of shaping the working surface of gearing is based on the relative movement of intersecting objects in the form of a “workpiece-tool” system. This allows you to obtain the necessary geometric model that accurately reproduces the geometric configuration of the surfaces of the teeth of spatial gears, taking into account the technological features of their production on gear cutting machines. This information allows you to perform on the computer imitation control the movement of the cutting tool. Ultimately, this boils down to the problem of analytic description and computer representation of curves and surfaces in three-dimensional space. As the gear cutting tools, the most widely used are disk and worm modular mills (shaver), gear cutting heads, dolbyaki and lath tools. At the moment there are no computer algorithms for obtaining the “dolbyak” producing surfaces, which are obtained by a tool with a modified producing surface. A change in the geometric shape of the tool producing surface will lead to a change in its working surfaces, which may lead to an improvement in their contact. This article shows the application of the developed methods and algorithms of geometric and computer modeling, which are intended for shaping the working surfaces of the Dolbyak tool. Their application will speed up the process of calculating intermediate adjustments of machines used for cutting gears, bypassing complex mathematical calculations that, under conditions of aging of the gear-cutting machines, their wear and the inevitable reduction in the accuracy of their kinematic chains.*

**Keywords:** dolbyak, solid model, gearing, computer simulation, gear processing.

### 1. Введение

При изготовлении различных видов зубчатых передач в качестве зуборезных инструментов наиболее широкое применение находят дисковые и червячные модульные фрезы (шевера), зуборезные головки, долбяки и реечные инструменты, которые показаны на рис. 1.

Производящие поверхности ( $\Pi_{ик}$ ) этих инструментов [1-4, 5, 6] представляют собой поверхности вращения или винтовые поверхности, образованные соответствующим

движением заданного профиля осевого сечения ( $\Pi_0$ ) вдоль и/или вокруг соответствующих им осей инструмента (рис. 2). На этом рисунке показан, обобщенный алгоритм образования производящей поверхности инструмента, основанный на использовании исходного прямолинейного или модифицированного осевого сечения этой поверхности, индекс «i» соответствует текущему положению координатных осей.

Данная схема позволяет, используя сечение производящей поверхности [10-14], получить различные виды зуборезных инструментов. Координаты точек

принадлежащих производящей поверхности инструмента  $\bar{R}_M^{(Su)}$  удобно описывать в векторно-матричной форме (1):

$$\bar{R}_M^{(Su)} = H_{SouSo\Pi} \cdot \bar{R}_M^{(So\Pi)}, \quad (1)$$

где  $\bar{R}_M^{(So\Pi)}$  – радиус-вектор осевого профиля производящей поверхности в подвижной системе координат  $S_{o\Pi}(O_{o\Pi}x_{o\Pi}y_{o\Pi}z_{o\Pi})$ :

$$\bar{R}_M^{(So\Pi)} = |x_M \ y_M \ z_M \ 1|, \quad (2)$$

где  $x_M, y_M, z_M$  – координаты точки, принадлежащей сечению производящей поверхности инструмента;

$H_{SouSo\Pi}$  – блочная матрица, выражающая движение системы  $S_{o\Pi}$ , связанной с осевым профилем производящей поверхности, относительно системы  $S_{oИ}$ :

$$H_{SouSo\Pi} = \begin{vmatrix} A_{SouSo\Pi} & r_{o\Pi}^{(soИ)} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где  $r_{o\Pi}^{(soИ)}$  – радиус-вектор сформированной производящей поверхности в системе координат  $S_{oИ}(O_{oИ}x_{oИ}y_{oИ}z_{oИ})$ ;

$A_{SouSo\Pi}$  – матрица поворота размерностью  $3 \times 3$ .

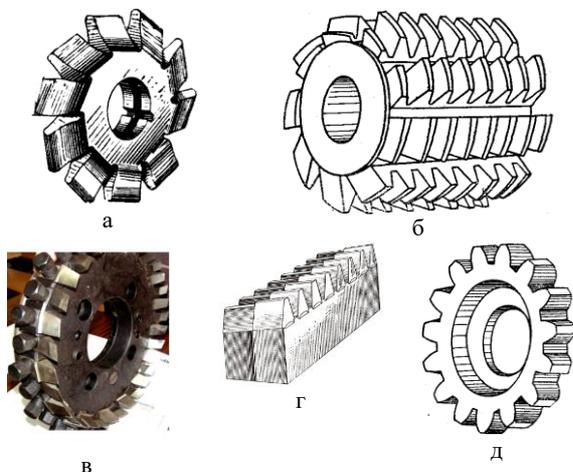


Рис. 1. Основные виды зуборезных инструментов: а) дисковая фреза; б) червячная фреза; в) зуборезная головка; г) рейка; д) долбяк.

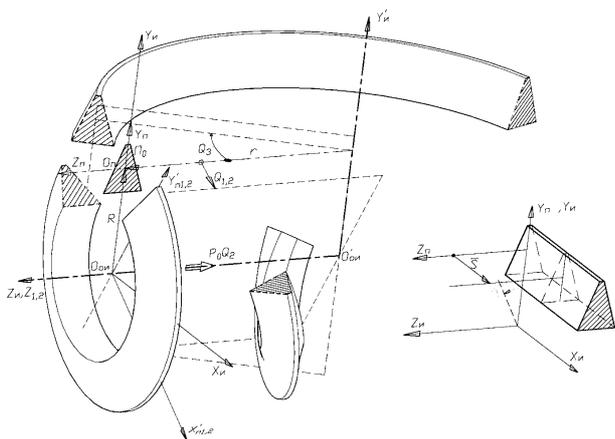


Рис. 2. Геометрическая модель образования обобщенной производящей поверхности инструмента.

Наполнение матрицы  $H_{SouSo\Pi}$  соответствует выбранному типу зуборезного инструмента. Для аналитического описания сечения производящей поверхности инструмента необходимо определить координаты вершин ее исходного прямолинейного профиля [7-9,15].

## 2. Геометрическая модель зуборезного инструмента «долбяк» с исходной прямолинейной рабочей поверхностью

В векторно-матричном виде получение компьютерной модели производящей поверхности [16-21] эквивалентной зуборезному инструменту «долбяк» можно так же описать с помощью матричного произведения (1). При этом, производящая поверхность инструмента «долбяк»  $\Pi_{и5}$  образуется  $Z$ -кратным дискретным поворотом поверхности  $\Pi_{и4}$  (производящая поверхность инструмента «производящая рейка») на угол  $\gamma$  вокруг оси  $X_{и}$  и одновременным движением вдоль этой же оси на величину  $\bar{S}$  (рис. 3). Угол поворота профиля  $\gamma$  определяется формулой:

$$\gamma = \frac{2 \cdot \pi}{Z},$$

где  $Z$  – число зубьев инструмента «долбяк».

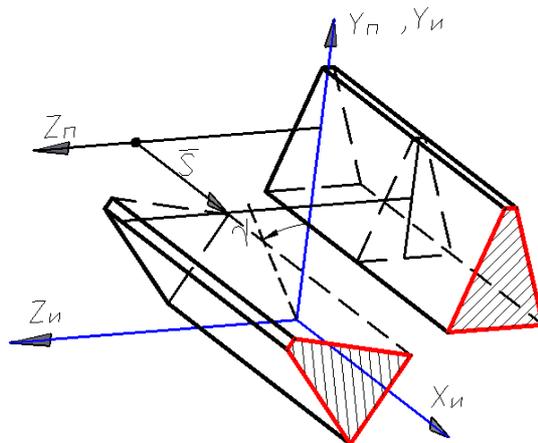


Рис. 3. Геометрическая модель образования производящей поверхности, эквивалентной производящей поверхности зуборезного инструмента «долбяк».

В общем виде, движение и поворот исходного осевого профиля  $\Pi_0 = \Pi_{и4}$ , для получения производящей поверхности эквивалентной зуборезному инструменту «долбяк», вдоль оси  $X_4$  описывается с помощью матрицы поворота профиля (1) – (3). Для описания координат точек, принадлежащих производящей поверхности эквивалентной зуборезному инструменту «долбяк», в матричном выражении (3) необходимо задать следующие параметры:

$$A_{SouSo\Pi} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_5 & \sin \theta_5 \\ 0 & -\sin \theta_5 & \cos \theta_5 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

$$r_{o\Pi}^{(soИ)} = |\bar{S} \ R \cdot \cos \theta_5 \ -R \cdot \sin \theta_5|^T = \begin{vmatrix} \bar{S} \\ R \cdot \cos \theta_5 \\ -R \cdot \sin \theta_5 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где  $\bar{S}$  – расстояние, на которое происходит движение сечения производящей поверхности, и характеризует текущее положение исходного осевого профиля  $\Pi_0$ ;

$R$  – расстояние от оси  $X_{и}$  до начала подвижной системы координат профиля инструмента;

$\theta_5$  – угол, задающий текущее положение исходного профиля инструмента в системе координат  $S_{oИ}(x_{oИ}y_{oИ}z_{oИ})$ .

Значение угла  $\theta_5$  определяется формулой  $\theta_5 = \gamma \cdot Z_i$ , где  $Z_i$  – текущий шаг положения профиля, т. е.  $Z_i \in 1 \dots Z$ .

Подставляя значения блочной матрицы  $A_{SouSo\Pi}$  (4) и вектора  $r_{o\Pi}^{(soИ)}$  (5) в матричное произведение (1), получим окончательный вид матрицы, описывающей значение

координат радиус-вектора формирующей поверхности инструмента в системе координат инструмента  $S_{oi}(x_i, y_i, z_i)$ :

$$\bar{R}_M^{(Su)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \bar{S} \\ 0 & \cos \theta_5 & \sin \theta_5 & R \cdot \cos \theta_5 \\ 0 & -\sin \theta_5 & \cos \theta_5 & -R \cdot \sin \theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \bar{R}_M^{(SoП)}, \quad (6)$$

где  $\bar{R}_M^{(SoП)}$  – радиус-вектор осевого профиля производящей поверхности в подвижной системе координат  $S_{oП}(O_{П}x_{П}y_{П}z_{П})$ .

Выполнив умножение матриц (6) и (2), получаем систему уравнений, которая описывает преобразование координат осевого профиля производящей поверхности из системы координат  $S_{oП}(O_{П}x_{П}y_{П}z_{П})$  в систему координат инструмента «долбляк»  $S_{oi}(x_i, y_i, z_i)$  в координатной форме:

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = x_m + S \\ R_{MY}^{(Su)} = y_m \cdot \cos \theta_5 + z_m \cdot \sin \theta_5 + R \cdot \cos \theta_5 \\ R_{MZ}^{(Su)} = -y_m \cdot \sin \theta_5 + z_m \cdot \cos \theta_5 - R \cdot \sin \theta_5 \end{cases}, \quad (7)$$

где  $R_{MX}^{(Su)}$ ,  $R_{MY}^{(Su)}$ ,  $R_{MZ}^{(Su)}$  – координаты точки производящей поверхности заданного радиус-вектором  $\bar{R}_M^{(SoП)}$ ;

$x_m$ ,  $y_m$ ,  $z_m$  – координаты точек осевого профиля производящей поверхности заданные в системе координат  $S_{oП}(O_{П}x_{П}y_{П}z_{П})$ .

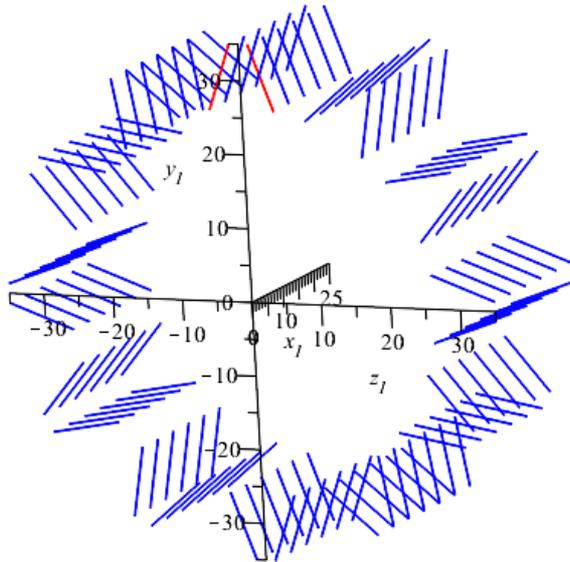


Рис. 4. Каркасная модель производящей поверхности, эквивалентной производящей поверхности зуборезного инструмента «долбляк».

Система уравнений (7) позволяет рассчитать, и получить координаты положения точек сечения компьютерной модели производящей поверхности, которая эквивалентна производящей поверхности зуборезного инструмента «долбляк» (рис. 4).

В соответствии с ГОСТ 19650–97 левая боковая производящая поверхность исходного прямолинейного производящего контура сечения [22-25], рис. 5, описывается уравнением:

$$y_{left} = -\frac{z_{left}}{\operatorname{tg} \alpha_{left}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{left}}, \quad (8)$$

А правая сторона сечения производящей поверхности – уравнением:

$$y_{right} = \frac{z_{right}}{\operatorname{tg} \alpha_{right}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{right}}, \quad (9)$$

где  $\alpha_{left}$ ,  $\alpha_{right}$  – угол наклона сечения боковой поверхности инструмента левой и правой стороны соответственно.

$z_{left}$ ,  $z_{right}$  – проекция точки, принадлежащей боковой исходной производящей поверхности на ось  $z_{П}$ , для левой и правой стороны соответственно.

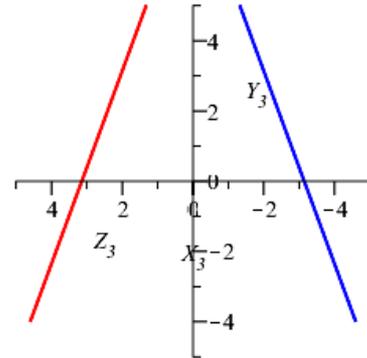


Рис. 5. Осевое сечение исходного контура производящей поверхности.

Подставим в систему уравнений (7) значение  $x_m = 0$ , т. к. сечение в подвижной системе координат находится в плоскости  $Y_{П}Z_{П}$ ; для левого профиля  $y_m = y_{left}$ , значение которой задается уравнением (8) и для правого профиля  $y_m = y_{right}$ , заданную уравнением (9), получим системы уравнений, описывающих производящую поверхность в параметрическом виде для левого (10) и правого (11):

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = x_m \\ R_{MY}^{(Su)} = \cos \gamma_5 \cdot \left( -\frac{z_{left}}{\operatorname{tg} \alpha_{left}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{left}} \right) + \sin \gamma_5 \cdot z_{left} + R \cdot \cos \gamma_5 \\ R_{MZ}^{(Su)} = -\sin \gamma_5 \cdot \left( -\frac{z_{left}}{\operatorname{tg} \alpha_{left}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{left}} \right) + \sin \gamma_5 \cdot z_{left} - R \cdot \sin \gamma_5 \end{cases}, \quad (10)$$

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = x_m \\ R_{MY}^{(Su)} = \cos \gamma_5 \cdot \left( \frac{z_{right}}{\operatorname{tg} \alpha_{right}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{right}} \right) + \sin \gamma_5 \cdot z_{right} + R \cdot \cos \gamma_5 \\ R_{MZ}^{(Su)} = -\sin \gamma_5 \cdot \left( \frac{z_{right}}{\operatorname{tg} \alpha_{right}} + \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot m}{\operatorname{tg} \alpha_{right}} \right) + \sin \gamma_5 \cdot z_{right} - R \cdot \sin \gamma_5 \end{cases}, \quad (11)$$

Выполнив расчеты, с применением алгоритма (рис. 6), получаем модель производящей поверхности, эквивалентной производящей поверхности зуборезного инструмента «долбляк» [26, 27], заданную системами параметрических выражений (8) и (9) (рис.7).

### 3. Геометрическая модель зуборезного инструмента «долбляк» с модифицированной рабочей поверхностью

Левый модифицированный исходный профиль [5-6] зададим с помощью системы уравнений:

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = 0 \\ R_{MY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x \\ R_{MZ}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x \end{cases}, \quad (10)$$

А правый:

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = 0 \\ R_{MY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x \\ R_{MZ}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x + z \cdot \sin \theta_x + \Delta z \end{cases} \quad (11)$$

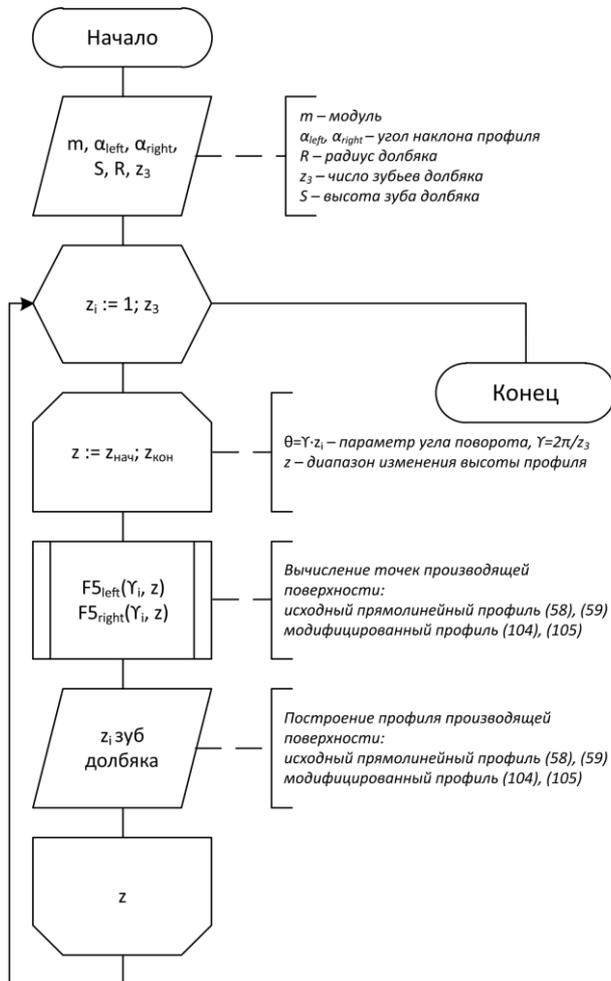


Рис. 6. Алгоритм формирования геометрической компьютерной модели зубьев производящей поверхности эквивалентной зуборезному инструменту «долбяк».

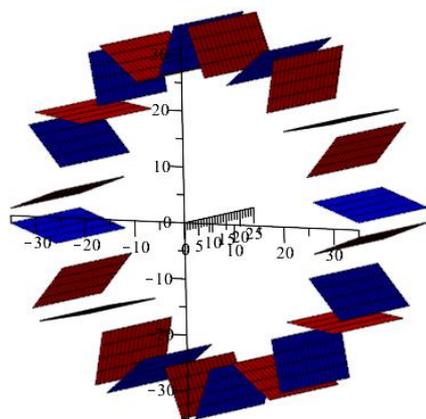


Рис. 7. Алгоритм формирования геометрической компьютерной модели зубьев производящей поверхности эквивалентной зуборезному инструменту «долбяк».

Подставив уравнения (10) и (11) в систему уравнений (7), получаем параметрические зависимости, которые позволяют сформировать модифицированную производящую поверхность, эквивалентную зуборезному

инструменту «долбяк». При этом система уравнений (12) позволяет сформировать левый, а система уравнений (13) правый модифицированные профили этой производящей поверхности:

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = \bar{S} \\ R_{MY}^{(Su)} = \cos \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x) + \sin \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \sin \theta_x + z \cdot \cos \theta_x + \Delta z) + R \cdot \cos \gamma_5 \\ R_{MZ}^{(Su)} = -\sin \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x) + \cos \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \sin \theta_x + z \cdot \cos \theta_x + \Delta z) - R \cdot \sin \gamma_5 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = \bar{S} \\ R_{MY}^{(Su)} = \cos \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x + z \cdot \sin \theta_x) + \sin \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \sin \theta_x - z \cdot \cos \theta_x - \Delta z) + R \cdot \cos \gamma_5 \\ R_{MZ}^{(Su)} = -\sin \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \cos \theta_x + z \cdot \sin \theta_x) + \cos \gamma_5 \cdot (\mu \cdot z^2 \cdot \sin \theta_x - z \cdot \cos \theta_x - \Delta z) - R \cdot \sin \gamma_5 \end{cases} \quad (13)$$

Системы параметрических уравнений (12) и (13) позволяют сформировать компьютерную геометрическую модель модифицированной производящей поверхности, которая является эквивалентной производящей поверхности зуборезного инструмента «долбяк» с измененным формообразующим профилем (рис. 8).

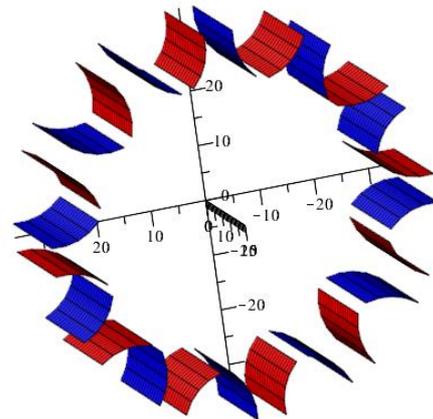


Рис. 8. Производящая поверхность, эквивалентная производящей поверхности зуборезного инструмента «долбяк» с модифицированным исходным профилем.

#### 4. Заключение

Таким образом, применение методов компьютерного аналитического моделирования [7, 9] позволяет ускорить процесс создания геометрической модели производящей поверхности, которая является эквивалентной производящей поверхности зуборезного инструмента «долбяк», что даст возможность выполнить виртуальное формообразование рабочей поверхности колеса с новыми контактирующими поверхностями для сокращения времени его проектирования.

#### 5. Литература

- [1] Вейц, В. Л. Геометрия зацепления зубчатых передач : учебник / В. Л. Вейц, А. М. Волженская, Н. И. Колчин. – Л.: Машиностроение. 1978. – 136 с.
- [2] Волков, А. Э. Компьютерное моделирование процессов формообразования поверхностей резанием / А. Э. Волков // Конструкторско-технологическая информатика 2000 : сб.

тр. IV междунар. конгресса: в 2 т. : – М. : «СТАНКИН», 2000. – Т. 1. – С. 122-126.

[3] Гинзбург, Е. Г. Типовые технологические процессы изготовления зубчатых колес : учебник / Е. Г. Гинзбург, А. В. Шаманин; под ред. Н.И. Колчина. – М. : Ленинградское отделение МАШГИЗА, 1958. – 130 с.

[4] Гогаладзе, Р. В. Геометрические вопросы преобразований прикосновения для решения прикладных задач : метод. указания / Р. В. Гогаладзе, Р. Г. Кирия. – Тбилиси: Технический университет, 2009. – 57 с.

[5] Калашников, С. Н. Зубчатые колеса и их изготовление : учебник / С. Н. Калашников, А. С. Калашников. – М. : Машиностроение, 1983. – 264 с.

[6] Калашников, С. Н. Производство зубчатых колес: справочник / С. Н. Калашников, А. С. Калашников, Г. И. Коган [и др.]; под ред. Б.А. Тайца. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1990. – 464 с.

[7] Карачаровский, В.Ю. Визуализационная оценка геометрических характеристик контактирующей поверхности в червячных передачах на основе применения методов 3D компьютерной графики [Текст] / В.Ю. Карачаровский, М.К. Решетников, С.А. Рязанов // Вестник Саратовского государственного технического университета. — 2010. — № 4. — Вып. 1. — С. 55–60.

[8] Карачаровский, В.Ю. Визуальная оценка параметров локализованного контакта в червячных передачах на основе применения методов 3D компьютерной графики [Текст] / В.Ю. Карачаровский, С.А. Рязанов // Вестник Саратовского государственного технического университета. — 2011. — № 2. — Вып. 2. — С. 73–77.

[9] Карачаровский, В. Ю. Геометрическое моделирование и визуальная оценка винтовой поверхности зуба [Текст] / В. Ю. Карачаровский, М. К. Решетников, С. А. Рязанов // Проблемы графической подготовки студентов технических вузов в условиях современного компетентного подхода к процессу обучения : сб. тр. междунар. науч.-метод. конф. – Дивноморское : ДГТУ, 2015. – С. 59-66.

[10] Карачаровский, В.Ю. Геометрическое моделирование формообразования пространственных поверхностей при винтовом относительном движении [Текст] / В.Ю. Карачаровский, С.А. Рязанов // Проблемы геометрического моделирования в автоматизированном проектировании и производстве: 1-я Междунар. науч. конф. — М.: Изд-во МГИУ, 2008. — С. 143–146.

[11] Карачаровский, В.Ю. Обобщенная модель твердотельного зуборезного инструмента с изменяемой кривизной производящей поверхности [Текст] / В.Ю. Карачаровский, С.А. Рязанов // Совершенствование подготовки учащихся и студентов в области графики, конструирования и стандартизации: межвуз. науч.-метод. сб. — Саратов: Изд-во СГТУ, 2010. — С. 152–156.

[12] Карачаровский, В. Ю. Определение координат точек эвольвентной винтовой поверхности червячной передачи [Текст] / В. Ю. Карачаровский, М. К. Решетников, С. А. Рязанов // Проблемы графической подготовки студентов технических вузов в условиях современного компетентного подхода к процессу обучения : сб. тр. междунар. науч.-метод. конф. – Дивноморское : ДГТУ, 2015. – С. 66-73.

[13] Карачаровский, В.Ю. Применение методов компьютерной 3D графики и твердотельного моделирования при разработке технологических процессов зубонарезания [Текст] / В.Ю. Карачаровский, С.А. Рязанов // Вестник Саратовского государственного технического университета. — 2010. — № 4. — Вып. 1. — С. 55–60.

[14] Карачаровский, В.Ю. Разработка цифровых технологий твердотельного моделирования процессов формообразования пространственных зубчатых передач для реализации на многокоординатных станках [Текст] / В.Ю.

Карачаровский, С.А. Рязанов // Пятый Саратовский салон изобретений, инноваций и инвестиций: в 2 ч. — Саратов: Изд-во СГТУ, 2010. Ч. 1. — С. 150–151.

[15] Решетников, М. К. Оценка параметров червячных передач на основе методов 3D компьютерной графики / М. К. Решетников, С. А. Рязанов // Геометрия и графика. – М. : ИНФРА-М, 2018. – Т. 6, №1. – С. 34-38. DOI: 10.12737/article\_5ad0971a86af78.65167837.

[16] Лашнев, С. И. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ : учебник / С. И. Лашнев. – М. : Машиностроение, 1975. – 392 с.

[17] Лашнев, С. И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами : учебник / С. И. Лашнев. – М. : Машиностроение, 1971. – 216 с.

[18] Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений : учебник / Ф. Л. Литвин. – М. : Наука, 1968. – 584 с.

[19] Лопато, Г. А. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями. Справочное пособие / Г. А. Лопато, Н. Ф. Кабатов, М. Г. Сегаль. – М. : Машиностроение, 1977. – 423 с.

[20] Мерчанский, Д. П. Зуборезное дело : учебник / Д. П. Мерчанский. – Л. : Машиностроение, 1969. – 224 с.

[21] Мильштейн, М. З. Нарезание зубчатых колес : учеб. пособие для подготовки рабочих / М. З. Мильштейн. – М. : Высш. школа, 1972. – 272 с.

[22] Радзевич, С. П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории : монография / С. П. Радзевич. – Киев : Растан, 2001. – 592 с.

[23] Романов, В. Ф. Расчеты зуборезных инструментов / В. Ф. Романов. – М. : Машиностроение, 1969. – 251 с.

[24] Сандлер, А. И. Производство червячных передач / А.И. Сандлер, С. А. Лагутин, А. В. Верховский; под общ. ред. С. А. Лагутина. – М. : Машиностроение, 2008. – 272 с.

[25] Сандлер, А. И. Теория и практика производства червячных передач общего вида: учеб.-практ. пос. / А. И. Сандлер, С. А. Лагутин, Е. А. Гудов; под ред. С. А. Лагутина. – М.: Инфра-Инженерия, 2016. – 346 с.

[26] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2015616756 Российская Федерация, Геометрическое твердотельное моделирование зубчатых передач со скрещивающимися осями вращения / Карачаровский В. Ю. (RU), Решетников М. К. (RU), Рязанов С. А. (RU); заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. (RU)». – № 2015613296; заявл. 23.04.2015; дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ 22.06.2015.

[27] Справочник машиностроителя; гл. ред. тома Н. С. Ачеркан. – М. : Машгиз, 1955. – Т. 1. – 855 с.

## Об авторах

Рязанов Сергей Анатольевич, заведующий лабораторией кафедры «Инженерная геометрия и основы САПР» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. E-mail: despro@mail.ru.

Решетников Михаил Константинович, д.т.н., заведующий кафедрой «Инженерная геометрия и основы САПР» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. E-mail: graphic@sstu.ru.