

## Влияние учета поляризации света на результат при расчете многократных отражений

В.П. Будак<sup>1</sup>, А.В. Гримайло<sup>2</sup>  
 BudakVP@gmail.com|GrimailoAV@gmail.com  
<sup>1</sup>ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ", Москва, Россия;  
<sup>2</sup>ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ", Москва, Россия

*Предложена математическая модель отражения света от поверхности на основе использования вектора Стокса и матриц Мюллера. Приведены уравнение глобального освещения и локальная оценка метода Монте-Карло для вектора Стокса. В первом приближении получены результаты на основе предложенной модели.*

**Ключевые слова:** математическая модель, вектор Стокса, матрица Мюллера, поляризация, многократные отражения.

## The influence of the light polarization account on the result of multiple reflections calculation

V.P. Budak<sup>1</sup>, A.V. Grimailo<sup>2</sup>  
 BudakVP@gmail.com|GrimailoAV@gmail.com  
<sup>1</sup>National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia;  
<sup>2</sup>National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia

*The surface light reflection mathematical model based on Stokes vector and Mueller matrices is proposed. The global illumination equation and the local estimation of the Monte-Carlo method are given for Stokes vector. The first approximation results based on the proposed mathematical model are obtained.*

**Keywords:** mathematical model, Stokes vector, Mueller matrix, polarization, multiple reflections.

### 1. Введение

За последние годы визуализация светораспределения стала неотъемлемой частью проектирования осветительных установок. В этом исключительно важную роль играет расчет многократных отражений света от поверхностей объектов, составляющих сцену.

Традиционно в светотехнике при расчетах не учитывается поляризация света [3]. В частности, программы DIALux и Relux, ставшие стандартом в отрасли при расчетах осветительных установок, полностью пренебрегают поляризацией. Если при расчете малого числа отражений отсутствие учета поляризации практически не вносит ошибку в конечный ответ, то при моделировании многократных отражений света, особенно от поверхностей со значительной долей френелевского отражения, это может привести к большому отличию полученных результатов от истинных значений интересующих величин. Данный вопрос на сегодняшний день остается малоизученным.

Исходя из этого, авторы сочли необходимым провести исследование влияния учета поляризации света на результат при расчете многократных отражений.

### 2. Математическая модель отражения света с учетом поляризации

Для создания математической модели отражения от поверхности, которая бы содержала характеризующие поляризацию света параметры, удобным представляется использование вектора Стокса (описывающего параметры луча) и  $4 \times 4$  матриц Мюллера (описывающих свойства отражающих поверхностей).

Фотометрический смысл вектора Стокса состоит в том, что первый его элемент представляет собой полную яркость луча, а три других — разность яркостей этого луча, прошедшего через соответствующие поляризаторы [4]. Необходимо отметить, что компоненты вектора Стокса можно получить экспериментально. Это, несомненно, является его большим достоинством.

Результат взаимодействия луча, описываемого вектором Стокса с поверхностью может быть представлен в виде:

$$\mathbf{L}(\mathbf{r}', \mathbf{l}') = \vec{\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{l}') \mathbf{L}(\mathbf{r}, \mathbf{l}),$$

где  $\mathbf{L}(\mathbf{r}, \mathbf{l})$  и  $\mathbf{L}(\mathbf{r}', \mathbf{l}')$  — соответственно векторы Стокса до и после взаимодействия с поверхностью,  $\vec{\rho}$  — матрица отражения (Мюллера).

Результат ряда последовательных преобразований будет получен путем применения соответствующей матрицы  $\vec{\rho}$ , которая является произведением матриц частичных преобразований. В свою очередь матрица параллельных преобразований представляет собой сумму матриц частичных преобразований.

Таким образом, руководствуясь теми же соображениями, что и при выводе уравнения глобального освещения [1], можно получить аналогичное уравнение для вектора Стокса:

$$\mathbf{L}(\mathbf{r}, \mathbf{l}) = L_0(\mathbf{r}, \mathbf{l}) + \frac{1}{\pi} \int \vec{\mathbf{R}}(\mathbf{l}' \times \mathbf{l}, \mathbf{N} \times \mathbf{l}) \vec{\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{l}') \times \vec{\mathbf{R}}(\mathbf{l}' \times \mathbf{N}, \mathbf{l}' \times \mathbf{l}) \mathbf{L}(\mathbf{r}, \mathbf{l}') |(\mathbf{N}, \mathbf{l})| d\mathbf{l}', \quad (1)$$

где  $\mathbf{L}(\mathbf{r}, \mathbf{l})$  — вектор Стокса,  $\vec{\mathbf{R}}(\mathbf{l}' \times \mathbf{N}, \mathbf{l}' \times \mathbf{l})$  — матрица поворота плоскости референции.

Для решения уравнения (1) используется численный метод Монте-Карло как зарекомендовавший себя при решении подобного рода задач.

Во время реализации данного метода был сделан выбор в пользу локальных оценок вместо прямого моделирования ввиду его неудобства и малой эффективности при расчете многократных отражений. Для этого способом, аналогичным тому, что приведен в [2], было получено выражение для локальной оценки метода Монте-Карло:

$$\mathbf{I}_\varphi = M \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{Q}_n k(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где  $k(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{|(N(\mathbf{r}), (\mathbf{r}-\mathbf{r}'))|(N(\mathbf{r}'), (\mathbf{r}-\mathbf{r}'))|}{(r-r')^2} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — ядро уравнения излучательности [2],  $\mathbf{Q}_n$  — векторный вес луча,  $\Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — функция видимости.

### 3. Реализация предложенной модели и результаты

Приведенная выше математическая модель была реализована с помощью пакета MATLAB. Для упрощения алгоритма и уменьшения времени расчета было принято допущение, согласно которому направления отраженных лучей от всех поверхностей распределяются по диффузному закону. Это дает возможность оценить в первом приближении влияние учета поляризации на результат.

В качестве сцены для моделирования было использовано «помещение» с размерами  $1 \times 1 \times 1$ . В центре «потолка» находится ламбертовский светящийся диск диаметром 0,1. На «полу» расположены точки, в которых оценивается освещенность (рис. 1).

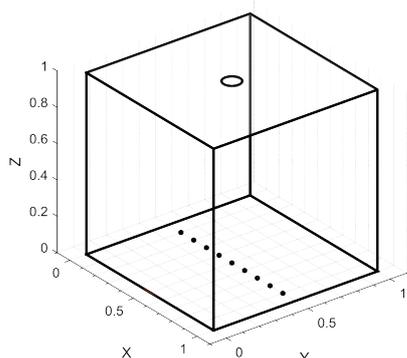


Рис. 1. Сцена для моделирования.

При расчете в качестве матрицы отражения использовалась сумма двух матриц:

$$\vec{p} = a\vec{p}_F + (1 - a)\vec{p}_L,$$

где  $\vec{p}_F$  – матрица френелевского отражения (Мюллера),  $\vec{p}_L$  – матрица ламбертовского отражения,  $a$  – доля френелевского отражения ( $0 < a < 1$ ).

Матрица  $\vec{p}_L$  представляет собой нулевую матрицу с единственным ненулевым элементом  $\vec{p}_{L11}$ , равным коэффициенту отражения.

Были заданы следующие параметры поверхностей: коэффициент отражения – 0,5, коэффициент преломления – 1,5, параметр  $a$  изменялся от 0 до 1. На рис. 2 приведены полученные результаты, нормированные относительно количества выпущенных из диска лучей.

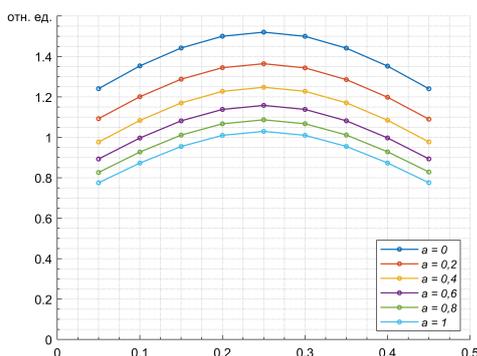


Рис. 2. Результаты расчета.

### 4. Заключение

Как видно из приведенных выше результатов расчета, уже при  $a = 0,2$  различие между полученными значениями составляет порядка 10%, а при  $a = 0,6$  — более 20%. Из этого можно сделать вывод, что учет поляризации вносит существенные изменения в результат при расчете

многократных отражений. Следовательно, в ряде случаев (например, при расчете осветительных установок и моделировании отражающих свойств поверхностей) необходимо учитывать состояние поляризации света.

Исследования других авторов [5], посвященные вопросам визуализации с учетом поляризации (но не принимающие во внимание светотехнические аспекты) показывают, что изменяется также положение и направление бликов. Это очень важно при оценке дискомфорта и ослепленности, которые определяют качество освещения сцены.

Стоит отметить, что предложенная математическая модель остается в рамках стандартных фотометрических представлений. Отличием является то, что яркость теперь становится векторной величиной, а коэффициент отражения превращается в матрицу. Также появляется необходимость в матрицах поворота плоскости референции при каждом взаимодействии луча с поверхностью.

Дальнейшими направлениями работы в этой области могут быть разработка более полной модели отражения поляризованного света от поверхностей исследуемой сцены, включающей отражение и преломление на случайно-неровной поверхности, рассеяние света в подповерхностном слое среды, и ее экспериментальная проверка.

### 5. Литература

- [1] Будак В.П. Визуализация распределения яркости в трехмерных сценах наблюдения. – М.: Издательство МЭИ, 2000. – 136 с.
- [2] Желтов В.С. Моделирование осветительных установок на основе решения уравнения глобального освещения локальными оценками метода Монте-Карло: диссертация ... кандидата технических наук: 05.09.07 – Москва, 2008. – 97 с.
- [3] Коркин С.В. Математическая модель отражения поляризованного излучения при дистанционном зондировании мутных сред: диссертация ... кандидата технических наук: 05.11.07 — Москва, 2009. — 150 с.
- [4] Шерклифф У. Поляризованный свет. — М.: Издательство «Мир», 1965. — 264 с.
- [5] Wolff L. B., Kurlander D. J. Ray tracing with polarization parameter // IEEE Computer Graphics and Applications. 1990. V. 10, No. 6, P. 44-55.

### Об авторах

Будак Владимир Павлович, д.т.н., профессор кафедры светотехники факультета электронной техники института радиотехники и электроники НИУ «МЭИ». Его e-mail BudakVP@gmail.com.

Гримайло Антон Валентинович, студент кафедры светотехники факультета электронной техники института радиотехники и электроники НИУ «МЭИ». Его e-mail GrimailoAV@gmail.com.