

## Нахождение параметров метода шумоподавления с использованием вейвлет-преобразования на медицинских изображениях на основе анализа хребтовых структур

Мамаев Н.В.<sup>1</sup>, Юрин Д.В.<sup>1</sup>, Крылов А.С.<sup>1</sup>  
 mamaev.nikolay93@mail.ru|kryl@cs.msu.ru|yurin@cs.msu.ru

<sup>1</sup>Факультет Вычислительной математики и кибернетики  
 МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

*Методы подавления шума зависят от параметров, регулирующих силу фильтрации. На практике незашумленное изображение недоступно, и возникает задача выбора оптимальных параметров, использующая только исходное зашумленное и отфильтрованное изображения. Качество можно измерить в областях, где присутствуют хребтовые структуры (хребты и долины) с помощью анализа разностного кадра. Предложен метод, позволяющий оценить качество фильтрации на основе вычисления взаимной информации между значениями разностного кадра в точках, где присутствуют хребтовые структуры. Для нахождения хребтовых структур используется анализ матрицы Гессе для нахождения направлений и характерной ширины хребтов и долин. Тестирование метода производилось для шумоподавления с использованием вейвлет-преобразования на зашумленных изображениях из базы изображений глазного дна DRIVE.*

**Ключевые слова:** оценка качества шумоподавления, вейвлет-преобразование, хребтовые структуры, взаимная информация.

## Choice of the Parameter for Wavelet Transform Based Denoising Method for Medical Images Using Ridge Analysis

Mamaev N.<sup>1</sup>, Yurin D.<sup>1</sup>, Krylov A.<sup>1</sup>  
 mamaev.nikolay93@mail.ru|kryl@cs.msu.ru|yurin@cs.msu.ru

<sup>1</sup>Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics  
 Lomonosov Moscow State University

*Denoising methods depend on parameters that control filtering strength. In practice image without noise is unavailable and the problem of filter parameters choice arises using only source noisy and image. A quality of filtering can be measured in areas there ridges are present using method noise analysis. The method that measures filtering quality based on calculation of mutual information between method noise values in points there ridges are present is proposed. A Hessian matrix analysis is used for detection of ridges direction and scale. The method is tested for wavelet transform based denoising method on noised images from DRIVE retinal image database.*

**Keywords:** denoising quality assessment, wavelet transform, ridges, mutual information.

### 1. Введение

Задача подавления шума является одной из классических задач обработки изображений, так как шум присутствует на любых цифровых изображениях. Зачастую подавление шума является подготовительным этапом перед работой другого метода, например, перед сегментацией. При этом в процессе шумоподавления важно сохранить границы объектов и мелкие объекты, присутствовавшие на исходном изображении. В подавляющем числе случаев шум на цифровых изображениях является аддитивным гауссовым. Для данного типа шума разработано множество эффективных методов шумоподавления, сохраняющих границы. Одним из наиболее простых методов является семейство ранговых фильтров (среднее по  $KNV$  и  $\varepsilon_v$ -окрестности) [13]. В этих методах, интенсивность выходного пикселя есть среднее интенсивностей некоторых пикселей исходного изображения из его окрестности. Вхождение каждого пикселя определяется его позицией по отношению к усредняемому пикселу в ранговом ряду интенсивностей. В методе среднего по  $\varepsilon_v$ -окрестности в усреднении участвуют только пиксели, отличающиеся по интенсивности от усредняемого меньше, чем на  $\varepsilon$ , а среднего по  $KNV$  – только  $K$  ближайших по интенсивности (рангу) пикселей. Обобщением усреднения по  $\varepsilon_v$ -окрестности является билатеральный фильтр [12], в котором отбор пикселей для

усреднения по расстоянию и по яркости выполняется не на пороговой основе, а введением Гауссова веса. Метод нелокального среднего (NLM) [1] можно рассматривать как дальнейшую модификацию билатерального фильтра. Если в билатеральном фильтре вес пикселя в среднем значении стал зависеть от его похожести по яркости на центральный пиксель окрестности, то здесь веса зависят от похожести между небольшими окрестностями (патчами) вокруг пикселей. Эта модификация дает большой прирост качества в областях, где присутствуют границы и текстуры, но также имеет и недостатки: высокую вычислительную сложность и отсутствие инвариантности к повороту окрестности. Для устранения этих недостатков был предложен алгоритм LjNLM [7]. В этом алгоритме расстояние между окрестностями заменяется расстоянием между векторами признаков, характеризующими окрестность. Размерность этих векторов ниже, чем размерность количества пикселей в окрестности, поэтому вычислительная сложность алгоритма ниже. Признаки здесь – значения сверток с производными функции Гаусса до второго порядка. Эти признаки легко пересчитываются в системе координат, связанной с направлением градиента путем преобразования базиса, что обеспечивает инвариантность сравнений к ориентации окрестности. Еще одним методом шумоподавления является метод на основе обрезки коэффициентов вейвлет-преобразования [6]. Этот метод является вычислительно эффективным, так как состоит только из вычисления

вейвлет-преобразования, обрезки коэффициентов и вычисления обратного преобразования.

Все методы подавления шума зависят от параметров, регулирующих силу фильтрации, поэтому возникает задача выбора этих параметров. Идеалом является такое удаление шума, что после него изображение становится таким, каким оно было бы, если бы шума на нем изначально не было. Но реальной жизни незашумленное изображение недоступно. Поэтому необходимы методы, которые оценивают качество фильтрации, не используя незашумленное изображение. Существуют методы, оценивающие качество изображения в целом, на основе локальных статистик [8, 9] или на основе анализа частот [10]. Однако эти методы не учитывают то, что изображение было получено после применения метода шумоподавления. Для анализа качества фильтра целесообразно использовать разностный кадр (разность между исходным зашумленным изображением и изображением после фильтрации). Разностный кадр в случае идеальной фильтрации содержит чистый шум, и значения между соседними пикселями разностного кадра будут некоррелированными. Если в процессе фильтрации были размыты или стерты некоторые объекты или границы, то на разностном кадре будет виден этот объект или полоска вдоль границы. Отметим также, что проверка наличия регулярных структур необходима в областях, где присутствуют объекты, которые при фильтрации необходимо сохранить, такие как хребтовые структуры. Поэтому для эффективной оценки качества фильтрации необходимо нахождение таких областей.

**2. Шумоподавление на основе вейвлет-преобразования**

Одним из вычислительно эффективных методов подавления шума, сохраняющего границы, является метод, использующий вейвлет-преобразование [6]. Сначала вычисляются коэффициенты вейвлет-преобразования, затем к полученным коэффициентам применяется пороговая функция:

$$\psi(x) = \begin{cases} x, & |x| \geq \kappa \\ 0, & |x| < \kappa \end{cases} \quad (1)$$

Отфильтрованное изображение получается путем обратного преобразования отфильтрованных коэффициентов.

Как видно из (1), сила фильтрации зависит от значения порога  $\kappa$ : чем больше  $\kappa$ , тем большее количество коэффициентов удаляется, поэтому удаляется и больше шума, но вместе с этим и большее количество полезной информации также удаляется.

**3. Многомасштабное выделение хребтовых структур**

Фильтром, определяющим наличие хребтовых структур (ridges) [2], может являться лапласиан  $\Delta L^\sigma(x, y)$ , где:

$$L^\sigma(x, y) = \sigma^2 \cdot I(x, y) * G_\sigma(x, y), \quad (2)$$

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Множитель  $\sigma^2$  присутствует в (2) для того, чтобы оклик лапласиана на различных масштабах был одинаков. Иными словами, если увеличить и изображение, и  $\sigma$  в одинаковое число раз, то значение  $L^\sigma(x, y)$  в соответствующих точках будет одинаково. Также отметим, что дифференцирование  $L^\sigma(x, y)$  эквивалентно свертке изображения  $I(x, y)$  с соответствующей производной функции

Гаусса. Пусть  $L_{xx}^\sigma(x, y)$ ,  $L_{xy}^\sigma(x, y)$  и  $L_{yy}^\sigma(x, y)$  – производные  $L^\sigma(x, y)$  по соответствующим переменным. Тогда лапласиан  $\Delta L^\sigma(x, y)$  будет иметь максимум (минимум) в центральной точке долины (хребта) ширины  $2\sigma$ . Для нахождения направления хребта или долины рассмотрим матрицу Гессе:

$$H^\sigma(x, y) = \begin{pmatrix} L_{xx}^\sigma(x, y) & L_{xy}^\sigma(x, y) \\ L_{yx}^\sigma(x, y) & L_{yy}^\sigma(x, y) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Тогда собственный вектор  $\vec{v}^\sigma(x, y)$  матрицы (4), соответствующий наименьшему по модулю собственному значению будет направлен вдоль хребта (долины) [10].

Для многомасштабного нахождения хребтовых структур используются различные значения  $\sigma \in \{\sigma_1, \dots, \sigma_n\}$ ,  $\sigma_i = \sigma_0 \cdot \nu^{i-1}$ . Вычислив соответствующие  $\Delta L^{\sigma_i}(x, y)$  и  $\vec{v}^{\sigma_i}(x, y)$ , мы можем определить значения характерного масштаба и направления хребтовой структуры как:

$$s(x, y) = \arg \max_{\sigma_i} (|\Delta L^{\sigma_i}(x, y)|) \quad (5)$$

$$\vec{v}(x, y) = \vec{v}^{s(x,y)}(x, y) \quad (6)$$

Пример изображения из базы DRIVE и изображение значения модуля лапласиана  $|\Delta L^{s(x,y)}(x, y)|$  показаны на

Рис. 1.

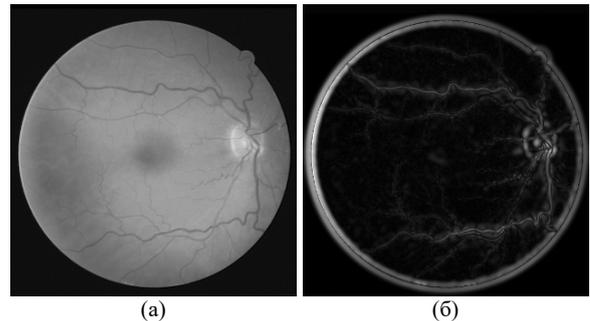


Рис. 1. (а) изображение из базы DRIVE, (б) значение модуля лапласиана  $|\Delta L^{s(x,y)}(x, y)|$ .

**4. Оценка качества фильтрации на основе анализа хребтовых структур**

Мы используем разностный кадр для анализа качества фильтрации. Разностный кадр  $I_d(x, y)$  для изображения  $I(x, y)$  определяется как разность между исходным зашумленным изображением  $I(x, y)$  и изображением  $I_f(x, y)$ , полученным в результате применения метода шумоподавления:

$$I_d(x, y) = I(x, y) - I_f(x, y). \quad (7)$$

В идеальном случае разностный кадр содержит только шум. Присутствие деталей, которые также присутствовали на исходном изображении, означает, что эти детали были размыты или полностью стерты после применения метода шумоподавления, хотя мы хотим их сохранить. Главной характеристикой, отображающей, что разностный кадр содержит только лишь шум, является отсутствие корреляции между соседними пикселями. Присутствие регулярных структур на разностном кадре влечет за собой наличие корреляции между соседними пикселями в области, где эта

структура присутствует. В основном, эти структуры находятся в области, где находятся хребтовые структуры исходного изображения. Если после шумоподавления некоторые из хребтовых структур были размыты, разностный кадр будет содержать контуры этих структур, что выливается в наличие корреляции между значениями пикселей вдоль них, или, иными словами, возникновение в хаосе упорядоченности, мерой которой может быть высокое значение взаимной информации.

Для вычисления взаимной информации интенсивностей на разностном кадре построим совместное распределение  $p(k, m)$  случайных величин  $K$  – значения разностного кадра в точке  $(x, y)$ , и  $M$  – значения в точке  $\vec{x}(x, y) + s(x, y) \cdot \vec{v}(x, y)$ . Для того, чтобы принимать во внимание только точки, принадлежащие хребтовым структурам, мы используем только точки, для которых  $|\Delta L^{s(x,y)}(x, y)| > T$ . Также значения разностного кадра квантуются на  $N$  значений так, что близкие значения интерпретируются как одно событие. Мы используем бикубическую интерполяцию для нахождения значений разностного кадра вне пиксельной сетки. Таким образом,  $p(i, j)$  определяется следующим образом:

$$p(k, m) = \frac{1}{P} \# \left\{ (x, y) : \left[ \frac{I_d(x, y) \cdot N}{I_{\max}} \right] = k, \right. \quad (8)$$

$$\left. \left[ \frac{I_d(\vec{x}, \vec{y}) \cdot N}{I_{\max}} \right] = m, \left| \Delta L^{s(x,y)}(x, y) \right| \geq T \right\}, \quad (9)$$

$$\vec{x} = x + s(x, y) \cdot \vec{v}(x, y)_x, \vec{y} = y + s(x, y) \cdot \vec{v}(x, y)_y,$$

где  $\#\{\dots\}$  – мощность множества, а  $P$  – нормировочная константа, такая что  $\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N p(k, m) = 1$ . Отметим, что в случае  $s(x, y) = s \equiv const$ ,  $\vec{v}(x, y) = \vec{v} \equiv const$  и  $T = 0$  совместное распределение представляет собой матрицу смежности (GLCM) [3], построенную по направлению  $s \cdot \vec{v}$ .

Взаимная информация может быть использована как мера независимости случайных величин в совместном распределении. Для случайных величин  $K$  и  $M$  она определяется как:

$$\mu(K; M) = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N p(k, m) \log \left( \frac{p(k, m)}{p(k)p(m)} \right) \quad (10)$$

где  $p(k)$  и  $p(m)$  – функции маргинального распределения:

$$p(k) = \sum_{m=1}^N p(k, m), \quad p(m) = \sum_{k=1}^N p(k, m) \quad (11)$$

Чем меньше значение  $\mu$ , тем меньше значения интенсивностей разностного кадра коррелированы, тем более беспорядочен (шумовой) разностный кадр. Отметим также, что лапласиан  $\Delta L^{s(x,y)}(x, y)$  будет иметь большой отклик не только на хребтовых структурах, но и на границах и пятнах. Это означает, что значение  $\mu$  также зависит от значений пар пикселей, принадлежащим этим структурам. Это не противоречит условию сохранения хребтовых структур после фильтрации, так как границы и пятна так же размываются после шумоподавления.

Таким образом, оценка качества фильтрации дается значением  $\mu$ , подсчитанным по разностному кадру  $I_d(x, y)$ . Значения лапласиана, характерных масштабов и направлений хребтовых структур вычисляются по исходному зашумленному изображению  $I(x, y)$ . Минимальное значение  $\mu$  будет соответствовать оптимальным параметрам фильтрации.

## 5. Результаты

Для тестирования предложенного метода использовалась база изображений глазного дна DRIVE [11], содержащая 40 изображений. Эти изображения содержат большое число хребтовых структур различных масштабов и направлений, поэтому эта база является хорошим тестовым набором для предложенного метода. Значения интенсивностей для изображений находятся в диапазоне от 0 до 255. Процедура тестирования происходила следующим образом:

1. К каждому изображению из базы добавлялся гауссов шум со стандартным отклонением  $\sigma_{noise}$ . Так, для каждого изображения  $I$  мы имеем изображение  $I_{\sigma_{noise}}$ . Мы использовали значения  $\sigma_{noise} \in \{2i, i = 1, \dots, 10\}$ .
2. К изображению  $I_{\sigma_{noise}}$  применялся метод шумоподавления на основе обрезки коэффициентов вейвлет-преобразования с различными значениями порога  $\kappa \in \{\kappa_1, \dots, \kappa_L\}$ . В качестве материнского вейвлета использовался биортогональный вейвлет bior3.5. Таким образом, мы имеем набор изображений после применения метода шумоподавления  $I_{f_{\kappa}}$ .
3. Вычислялись значения  $\mu$  для изображений  $I_{f_{\kappa}}$ . Так как мы знаем, что шум является аддитивным гауссовым, то значения метрики PSNR между исходным изображением  $I$  и изображениями  $I_{f_{\kappa}}$  будут отображать качество фильтрации, и максимум PSNR будет соответствовать оптимальным параметрам. Мы использовали следующие параметры детектора хребтовых структур:  $\sigma_0 = 1$ ,  $v = \sqrt{2}$ , и  $n = 8$ . Были протестированы различные значения количества уровней квантования  $N \in \{2^i, i = 2, \dots, 7\}$ , и было обнаружено, что лучшие результаты дает значение  $N = 16$ .
4. Находились оптимальное значение параметров фильтрации  $\kappa_{opt} = \arg \max_{\kappa} (PSNR(I, I_{f_{\kappa}}))$  и оцененное  $\kappa_{est} = \arg \min_{\kappa} (\mu(I_{f_{\kappa}}))$ . Вычислялась относительная погрешность оцененных параметров и оптимальных:

$$e = \frac{|\kappa_{est} - \kappa_{opt}|}{\kappa_{opt}} \quad (12)$$

Описанная процедура так же применялась к методам оценки качества изображения BRISQUE [8], BLIDNS-2 [10] и DIVINE [9] путем замены вычисления  $\mu$  на вычисление соответствующей оценки в пункте 3. Значения оценок максимизировались вместо минимизации взаимной информации. График зависимости среднего значения  $e$  по изображениям из базы DRIVE [11] для предложенного метода и методов [8-10] от уровня добавляемого шума показан на Рис. 2. Видно, что для всех уровней шума предлагаемый метод находит оптимальный параметр точнее, чем другие

методы. Графики зависимостей значений  $\mu$  и PSNR между исходным незашумленным изображением и отфильтрованным для изображения, изображенного на Рис. 1(а) показаны на Рис. 3. Видно, что значение параметра, минимизирующего  $\mu$  совпадает со значением параметра, максимизирующего PSNR. Также видно, что кривая достаточно гладкая для использования метода численного нахождения минимума для автоматического выбора параметра фильтрации. Результаты шумоподавления с различными значениями  $\kappa$  и соответствующие им разностные кадры показаны на Рис. 4.

**6. Заключение**

Предложен метод оценки качества фильтрации на основе анализа разностного кадра в областях, где присутствуют хребтовые структуры. Предлагаемый метод находит оптимальные параметры метода шумоподавления на основе вейвлет-преобразования лучше, чем существующие методы оценки качества изображения BRISQUE, BLINDS-2 и DIVINE на изображениях глазного дна. На практике метод может быть использован для автоматического выбора параметров фильтрации изображений. Направлением дальнейших исследований является, в том числе, анализ предложенного алгоритма в случае мультипликативного шума.

**7. Благодарности**

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-07-01207.

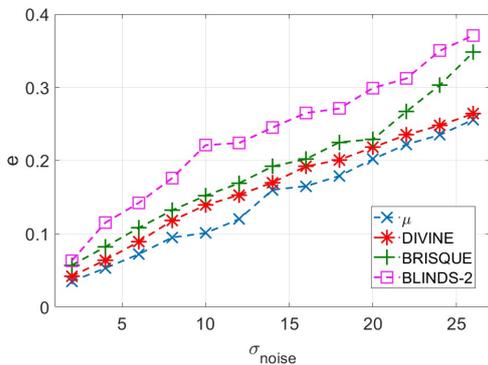


Рис. 2. Графики зависимости значений относительной ошибки (12) от уровня добавленного шума для методов [8-10] и предложенного метода.

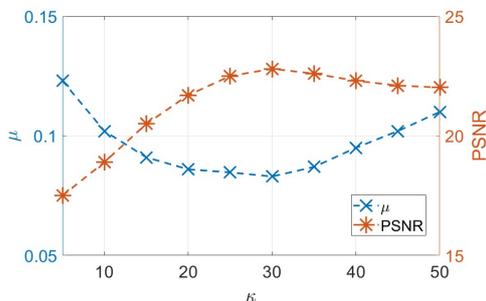
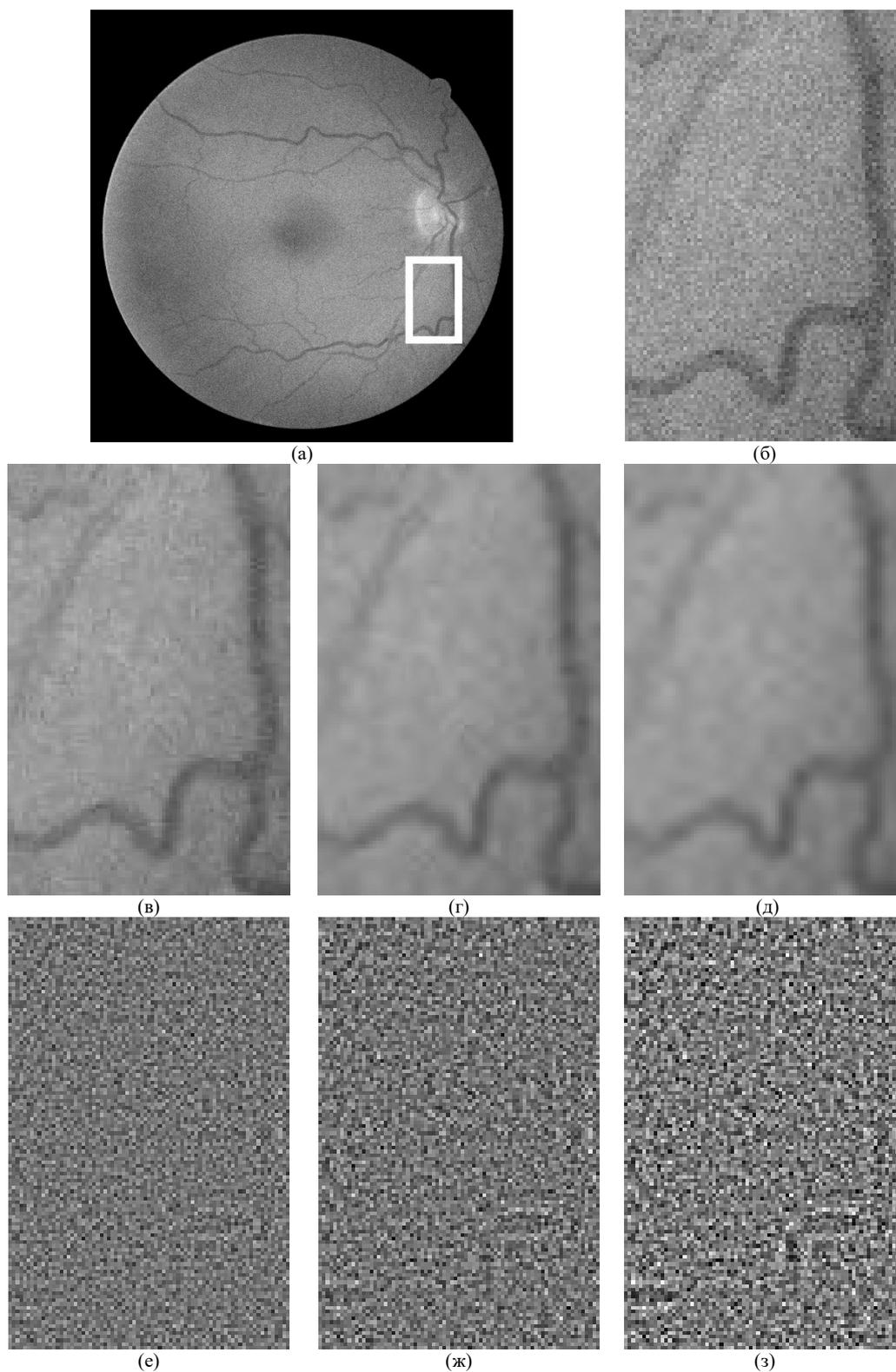


Рис. 3. Графики зависимости взаимной информации  $\mu$  (10) и PSNR между отфильтрованным и исходным изображением без шума от значения порога  $\kappa$  при уровне шума  $\sigma_{noise} = 16$ . В отличие от PSNR, вычисление  $\mu$  не требует знания незашумленного сигнала, который при обработке реальных данных недоступен и, собственно, является искомым. Видно, что экстремумы обеих кривых совпадают.

**8. Литература**

- [1] Buades A., Coll B., Morel J. M. A review of image denoising algorithms, with a new one //Multiscale Modeling & Simulation. – 2005. – V. 4. – no. 2. – P. 490-530.
- [2] Eberly D. Ridges in image and data analysis. – Springer Science & Business Media, 1996. – V. 7.
- [3] Haralick R. M. et al. Textural features for image classification //IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics. – 1973. – no. 6. – P. 610-621.
- [4] Kim V., Iaroslavskii L. Rank algorithms for picture processing //Computer Vision graphics and image processing. – 1986. – V. 35. – P. 234-258.
- [5] Lindeberg T. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection //International Journal of Computer Vision. – 1998. – V. 30. – no. 2. – P. 117-156.
- [6] Mallat S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation //IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. – 1989. – V. 11. – no. 7. – P. 674-693.
- [7] Manzanera A. Local jet based similarity for NL-means filtering //Pattern Recognition (ICPR), 2010 20th International Conference on. – IEEE, 2010. – P. 2668-2671.
- [8] Mittal A., Moorthy A. K., Bovik A. C. No-reference image quality assessment in the spatial domain //IEEE Transactions on Image Processing. – 2012. – V. 21. – no. 12. – P. 4695-4708.
- [9] Moorthy A. K., Bovik A. C. Blind image quality assessment: From natural scene statistics to perceptual quality //IEEE transactions on Image Processing. – 2011. – V. 20. – no. 12. – P. 3350-3364.
- [10] Saad M. A., Bovik A. C., Charrier C. Blind image quality assessment: A natural scene statistics approach in the DCT domain //IEEE transactions on Image Processing. – 2012. – V. 21. – no. 8. – P. 3339-3352.
- [11] Staal J. et al. Ridge-based vessel segmentation in color images of the retina //IEEE transactions on medical imaging. – 2004. – V. 23. – no. 4. – P. 501-509.
- [12] Tomasi C., Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images //Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on. – IEEE, 1998. – P. 839-846.
- [13] Kim V., Iaroslavskii L. Rank algorithms for picture processing //Computer Vision graphics and image processing. – 1986. – V. 35. – P. 234-258.



**Рис. 4.** (а) зашумленное изображение из базы DRIVE с  $\sigma_{noise} = 8$ , белым прямоугольником выделен фрагмент, показанный на (б), (в-д) фрагмент после применения метода шумоподавления с заниженным, оптимальным и завышенным параметром фильтрации, (е-з) соответствующие им разностные кадры.